Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Escuela de Ingeniería.

Auxiliar 7 MA33A-1
Profesor de Cátedra: Raúl Gormaz
Profesor Auxiliar: Eugenio Quintana
Fecha: 24 de Septiembre del 2008

Ecuaciones No lineales

Problema 1. Muestre que

$$x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3a)}{3x_n^2 + a}$$

converge con rapidez de orden 3 hacia $\sqrt{a}$.

Problema 2. Para resolver la ecuación $x^2 - a = 0$ para $a > 0$ se proponen los tres problemas de tipo punto fijo. Muestre que cada uno es equivalente al problema original, y compare las convergencia de los algoritmos iterativos correspondientes:

1. $x = x + c(x^2 - a)$ para algún $x \neq 0$
2. $x = \frac{a}{x}$
3. $x = \frac{x + \frac{a}{x}}{2}$

Problema 3. Demuestre que $x_{n+1} = \cos(x_n)$ define una sucesión linealmente convergente para cualquier x_0 en $\mathbb{R}$ y que su límite está en $(0, \frac{\pi}{2})$.

Curvas de Bezier [Propuestos]

Problema 4. Para la curva cuadrática $F(t)$, con t en [1,3] se tienen sus 3 puntos de control: $f(1,1) = (1,0)$, $f(1,3) = (2,2)$ y $f(3,3) = (4,0)$.

- Encontrar gráficamente, y también calculando: $F(2)$, o $F(2{,}5)$. Calcular $F(t)$ (expresión algebraica).
- Encontrar $F'(1)$ y $F'(3)$. Las rectas tangentes en $F(1)$ y $F(3)$ se cortan en $f(1,3)$. Verificarlo. ¿Se trata de una coincidencia, o en general para curvas cuadráticas las tangentes en $F(a)$ y $F(b)$ se intersectan en $f(a,b)$?

Problema 5. Dado $P(t)$ polinomio cúbico que cumple $P(3) = 2$ y $P(6) = 1$, encontrar para la 'curva´ (en realidad para el gráfico de P) en el plano dada por $F(t) = (t, P(t))$, los 4 puntos de control $f(3,3,3)$, $f(3,3,6)$, $f(3,6,6)$ y $f(6,6,6)$ a partir de las derivadas de P en 3 y en 6 ($P'(3) = a$ y $P'(6) = b$).

Indique el resultado para el caso $a = 0$ y $b = 1$, tanto los puntos de control, como $P(t)$.