

MA2A2 Calculo Avanzado y Aplicaciones - Primavera 2008

Profesor: Roberto Cominetti

Profesor Auxiliar: Omar Larré, Andrés Fielbaum

Auxiliar 3

1. Calcular la integral de trabajo del campo

$$\vec{F} = y^2\hat{i} + z^2\hat{j} + x^2\hat{k}$$

en el camino C , donde C es el triángulo de vértices $(a, 0, 0)$, $(0, a, 0)$ y $(0, 0, a)$ recorrido en dicho orden ($a > 0$).

2. Considere el campo (en cilíndricas)

$$\vec{F} = z^2\theta e^{\rho\theta z}\hat{\rho} + z^2e^{\rho\theta z}\hat{\theta} + e^{\rho\theta z}(1 + \rho\theta z)\hat{k}$$

a) Probar que $\vec{F}$ es conservativo.

b) Encontrar un potencial V para $\vec{F}$.

3. Sea Γ la curva que se obtiene de intersectar $z = x^2 + y^2$ con el cilindro $x^2 + y^2 = 2$, recorrida en sentido antihorario. Considere el campo (en cilíndricas)

$$\vec{F} = \frac{1}{\rho}\hat{\theta} + z\hat{k}$$

Pruebe que $\text{rot}(\vec{F}) = \vec{0}$ para $\rho > 0$ pero que

$$\oint_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

Explique la aparente contradicción con el teorema de Stokes.

4. Considere el campo

$$\vec{F} = zx^2\hat{i} + zy^2\hat{j} + z\hat{k}$$

y la superficie del toro de radio mayor R y radio menor r que está bajo el plano XY , que llamaremos Σ . Calcule el flujo

$$\int_{\Sigma} \vec{F} \cdot d\vec{A}$$

con respecto a la normal exterior al toro.