MA1B2: Algebra lineal
Profesora : María Leonor Varas
Auxiliares : Sebastián Astroza, Diego Morán

Clase Auxiliar N°4

28 de Agosto de 2008

P1 En $\mathbb{R}^3$ considere las rectas:

$$L_1: \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R} \qquad y \qquad L_2: \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}$$

a) Demuestre que L_1 y L_2 se intersectan y encuentre la intersección.

b) Encuentre el sistema de ecuaciones cartesianas que representan a la recta L que pasa por $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y que es perpendicular al plano que contiene a L_1 y L_2.

c) Determine las ecuaciones de los planos que son paralelos al plano que contiene a L_1 y L_2, y que se encuentra a distancia 1 del punto en que L_1 y L_2 se intersectan.

P2 Sean P y Q puntos distintos en $\mathbb{R}^3$. Demuestre que el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}^3 \ : \ \|x - P\| = \|x - Q\|\}$ es un plano. Encuentre:

a) Un punto que pertenezca a A.

b) Un vector normal al plano A.

P3 Se definen las rectas:

$$L_1: \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R} \qquad y \qquad L_2: \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}$$

a) Verifique que L_1 y L_2 no se intersectan.

b) Encuentre la ecuación normal del plano Π que contiene a la recta L_1 y es paralelo a L_2.

c) El punto $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ pertenece a L_2. Encuentre la proyección ortogonal de P sobre el plano Π de la parte (b).

d) Dé la ecuación del plano paralelo a Π que está a la misma distancia de L_1 y L_2.

$\boxed{\textbf{P4}}$ Sean

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad D_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ \\ \end{pmatrix} D_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Se define además:

$$L: \quad v = P + \lambda D \ , \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\Pi: \quad v = P + \lambda_1 D_1 + \lambda_2 D_2 \ , \quad \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$$

Encuentre los puntos en L que están a distancia 2 de Π.

Recuerditos de Geometría

- La **RECTA** L que pasa por P y va en la dirección de d es el siguiente conjunto:

$$L = L_{P,d} = \{v \in \mathbb{R}^n \ \mid \ v = p + td \ , \ t \in \mathbb{R}\}$$

- La recta que pasa por P y tiene como vector normal a n es el siguiente conjunto (en $\mathbb{R}^2$):

$$L = \left\{v \in \mathbb{R}^2 \ \mid \ \langle v - P, n \rangle = 0\right\}$$

- Recta que pasa por los puntos P y Q:

$$L: \quad P + t(Q - P) \ , \ t \in \mathbb{R}$$

- El **PLANO** que pasa por P y tiene vectores directores d_1 y d_2 es el conjunto:

$$\Pi_{P,d_1,d_2} = \{v \in \mathbb{R}^n \ \mid \ v = P + sd_1 + td_2 \ \ s, t \in \mathbb{R}\}$$

- El Plano que pasa por P y tiene como vector normal a n es el siguiente conjunto (en $\mathbb{R}^3$):

$$\Pi = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \ \mid \ \langle v - P, n \rangle = 0\right\}$$

- El plano que pasa por los puntos P, Q y R no colineales es:

$$\Pi: \quad P + t(Q - P) + s(R - P) \ \ t, s \in \mathbb{R}$$

- En la fotocopia de siempre (al lado de los tacas, al frente del pool) usted puede encontrar harto material del ramo.
- Ese material sirve para estudiar.
- Usted debería estudiar 5 horas semanales el ramo.
- Si es que no ha faltado a clases!!