Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar Extra - Algebra lineal
20 de mayo 2008

Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliares: Roberto Castillo y Gonzalo Mena

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ calcular los valores propios y dar una base ortonormal de vectores propios. Deducir que A es invertible y calcule la inversa usando la diagonalización.

2. En este problema usaremos el producto hermítico (producto interno complejo) definido por $\langle x, y \rangle = \sum x_i \overline{y_i}$. Recuerdo: Se tiene que $\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$, $\langle \lambda x, y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle$, $\langle x, \lambda y \rangle = \overline{\lambda} \langle x, y \rangle \, \forall \lambda \in \mathbb{C}$.Además es bilineal y $\langle Ax, y \rangle = \langle x, A^* y \rangle$ Donde $A^*_{ij} = \overline{A_{ji}}$

   a) Sea $A \in M_{nn}(\mathbb{R})$ una matriz antisimétrica, ie $A^t = -A$. Demuestre que si n es impar entonces $\det(A) = 0$

   b) Sea $A \in M_{nn}(\mathbb{R})$ una matriz que satisface $A^t = A^{-1}$.Probar que:

      1) Si A es triangular superior, entonces A es diagonal
      2) $\det(A) = 1$ o -1
      3) Los valores propios de A tienen módulo1.
      4) Los vectores propios asociados a distintos valores propios son ortogonales
      5) Si n es impar. Pruebe que A tiene al menos un valor propio 1 o -1