

# Auxiliar #10 MA1A2

Profesor: Leonardo Sánchez

Auxiliares: Gonzalo Contador

Germán Ibarra

23/Octubre/2008

**P1.** Considere la curva descrita por

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

sobre el primer cuadrante, con  $a > 0$ .

- Muestre que el largo de esta curva está dado por  $L = a^{\frac{1}{3}} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$
- Muestre que dicha integral converge y calcule su valor.

**P2.** Sean  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$  dos puntos sobre el plano. Muestre que el camino más corto entre ellos es la recta que los une.

**P3.** Considere la función  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+2)}$$

Muestre que el área bajo esta curva y el volumen generado al rotarla en torno al eje OX están bien definidos, no así cuando se rota en torno al eje OY.

**P4. (La trompeta de Torricelli)**

Dada la función  $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Al rotar el grafo de esta función en torno al eje OX, se genera algo así como una trompeta rústica, como las cornetas que llevan los hinchas al estadio.

- Verifique que el área bajo la curva de esta función no está acotada.
- Calcule el volumen del sólido de revolución generado por la rotación de  $f$  en torno al eje OX.
- Muestre que el área de la superficie de este sólido no existe.
- Piense ahora en este sólido como una especie de copa transparente, la cual quiere pintar de un determinado color. ¿Cuanta pintura se necesita para pintarlo cubriendo completamente su superficie? ¿Cuanta pintura es necesaria para llenarlo? ¿Es esto una paradoja?