

Auxiliar N°9: MA1A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Leonardo Sanchez
Auxiliar: Gonzalo Contador - Germán Ibarra

16 de Octubre de 2008

Problema 1.-

- (a) Calcule el área de la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- (b) Calcule el Volumen del Elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

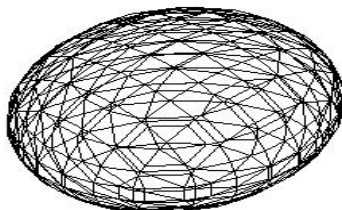


Figura 1: Elipsoide

Problema 2.-

- (a) Dadas las curvas $y = mx$ y $y = x^2$, considere la región delimitada por ambas curvas y encuentre el valor de $m > 0$, para que los volúmenes de los sólidos obtenidos al rotar la región definida en torno al eje OX y al eje OY , sean iguales.
- (b) Considere una esfera sólida de radio R . A lo largo de un eje que pasa por el centro de la esfera, se hace una perforación cilíndrica de radio a . Determinar el valor de a de modo que el volumen extraído de la esfera sea igual al restante

Problema 3.- Para $\alpha \in (0, 1)$ denotamos por R la región encerrada por la curva x , el eje OY y la recta tangente a x^α en el punto $x = 1$

- (a) Demostrar que el área de la región R esta dada por

$$A = \frac{\alpha(1 - \alpha)}{2(1 - \alpha)}$$

- (b) Demostrar que el Volumen engendrado por la rotación en torno al eje OY de la región R , que esta dado por:

$$V = \frac{\pi\alpha(1 - \alpha)}{3(\alpha + 2)}$$

- (c) En el caso de $\alpha = \frac{2}{3}$ calcular el perímetro de la región.

Problema 4.- Sea $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$ y la longitud de la curva entre 0 y x es $x^2 + 2x - f(x)$

- (a) Determinar f .
- (b) Calcular el área bajo la curva $y = f(x)$ y la longitud entre 0 y 1.