Auxiliar #4 MA1A2

Profesor: Leonardo Sánchez

Auxiliares: Gonzalo Contador

Germán Ibarra

28/Agosto/2008

P1. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función derivable en todo su dominio, tal que

$$(\forall x \in \mathbb{R}), f(x) = 0 \vee f'(x) = 0$$

Pruebe que f es constante en todo su dominio.

P2. a) Muestre que

$$\forall x \geq 0, \frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$$

b) Sea f definida por

$$f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$$

Calcule $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ **y** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

c) Calcule $f'(x)$. Concluya que $f'(x) \geq 0$ si $x \geq 0$.

P3. Estudie completamente la función

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + x}$$

P4. Sea h una función contínua y dos veces derivable en $\mathbb{R}$, tal que $| \{x \in \mathbb{R}, h''(x) = 0\} |= n$. Pruebe que

$$| \{y \in \mathbb{R}, h(y) = 0\} | \leq n + 2$$

P5. Sea f contínua en $[0, \infty)$, diferenciable en $(0, \infty)$ tal que $f(0) = 0$ y $f'(x)$ es creciente.

a) Pruebe que $\forall x > 0$ $f'(x) > \frac{f(x)}{x}$

b) Pruebe que $\frac{f(x)}{x}$ es creciente en $(0, \infty)$

P6. Determine el polinomio de Taylor de orden 2 en torno a $x_o = 0$ de la función definida como

$$g(x) = cos(x)e^{\sqrt{2}sen(x)}$$