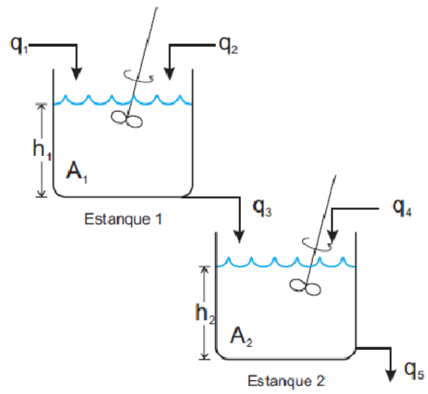
Pauta P3 – Control 3

IQ57A – Dinámica y Control de Procesos.

2008

Maurice Menadier S.

Problema 3



Se desea regular la altura del estanque número 2 en el sistema de estanques de la figura. El flujo q_2 puede ser manipulado y los flujos q_3 y q_5 son proporcionales a las alturas en el interior de los estanques: $q_3 = h_1/R_1$ y $q_5 = h_2/R_2$.

Sabiendo que $R_1 = 1\ s \cdot m^{-2}$, $R_2 = 0.5\ s \cdot m^{-2}$ y que las áreas de los estanques son $A_1 = A_2 = 1\ m^2$. Diseñe:

(a) Un sistema de control feedforward suponiendo que q_1 es medible y q_4 no. Dibuje el diagrama de bloques del sistema de control y determine las funciones de transferencia del sistema feedforward para un diseño estacionario y un diseño dinámico.

(b) Comente en la efectividad de agregar un lazo de control feedback para reducir el efecto del flujo q_4 en el sistema de control. Dibuje un diagrama de bloques para el sistema feedback-feedfoward. Sintonice un controlador PI para el lazo feedback suponiendo que $\tau_I = 0.6$.

(c) Suponga que utiliza una función de transferencia del tipo lead-lag para $G_{SP}(s)$:

$$G_{SP} = K_{sp}\frac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1}$$

Determine el efecto de este cambio en los parámetros obtenidos en la parte anterior.

a)

Estanque 1

$$\rho A1\left(\frac{dh1}{dt}\right) = \rho q1 + \rho q2 - \rho q3$$

Estanque 2

$$\rho A2\left(\frac{dh2}{dt}\right) = \rho q3 + \rho q4 - \rho q5$$

Dato A1=A2=1, ρ = cte. Además q3 = h1/R1 y q5=h2/R2.

$$\frac{dh1}{dt} = q1 + q2 - \frac{h1}{R1}$$

$$\frac{dh2}{dt} = \frac{h1}{R1} + q4 - \frac{h2}{R2}$$

En estado estacionario:

$$0 = q1^{ee} + q2^{ee} - h1^{ee}$$

$$0 = h1^{ee} + q4^{ee} - 2xh2^{ee}$$

Por lo tanto en variables de desviación:

$$\frac{dh1'}{dt} = q1' + q2' - h1'$$

$$\frac{dh2'}{dt} = h1' + q4' - 2xh2'$$

Aplicando transformada de laplace:

$$s\overline{h1'} = \overline{q1'} + \overline{q2'} - \overline{h1'}$$

$$s\overline{h2'} = \overline{h1'} + \overline{q4'} - 2x\overline{h2'}$$

Reordenando:

$$\overline{h1'} = \frac{1}{s+1}\overline{q1'} + \frac{1}{s+1}\overline{q2'}$$

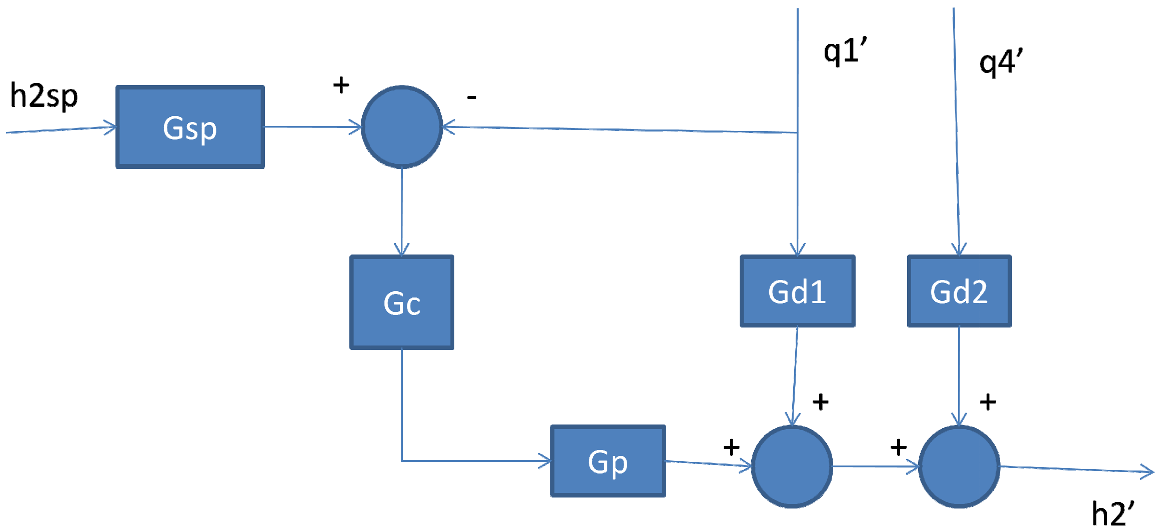
$$\overline{h2'} = \frac{0{,}5}{0{,}5s+1}\overline{h1'} + \frac{0{,}5}{0{,}5s+1}\overline{q4'}$$

Reemplazando h1 en h2:

$$\overline{h2'} = \frac{0{,}5}{(0{,}5s+1)}\frac{1}{(s+1)}\overline{q1'} + \frac{0{,}5}{(0{,}5s+1)}\frac{1}{(s+1)}\overline{q2'} + \frac{0{,}5}{0{,}5s+1}\overline{q4'}$$

$$\overline{h2'} = Gd1x\overline{q1'} + Gpx\overline{q2'} + Gd2x\overline{q4'}$$

El esquema feedforward queda:



Para el diseño dinámico:

$$Gp = \frac{0{,}5}{(0{,}5s + 1)(s + 1)}$$

$$Gsp = \frac{1}{Gd1} = \frac{(0{,}5s + 1)(s + 1)}{0{,}5}$$

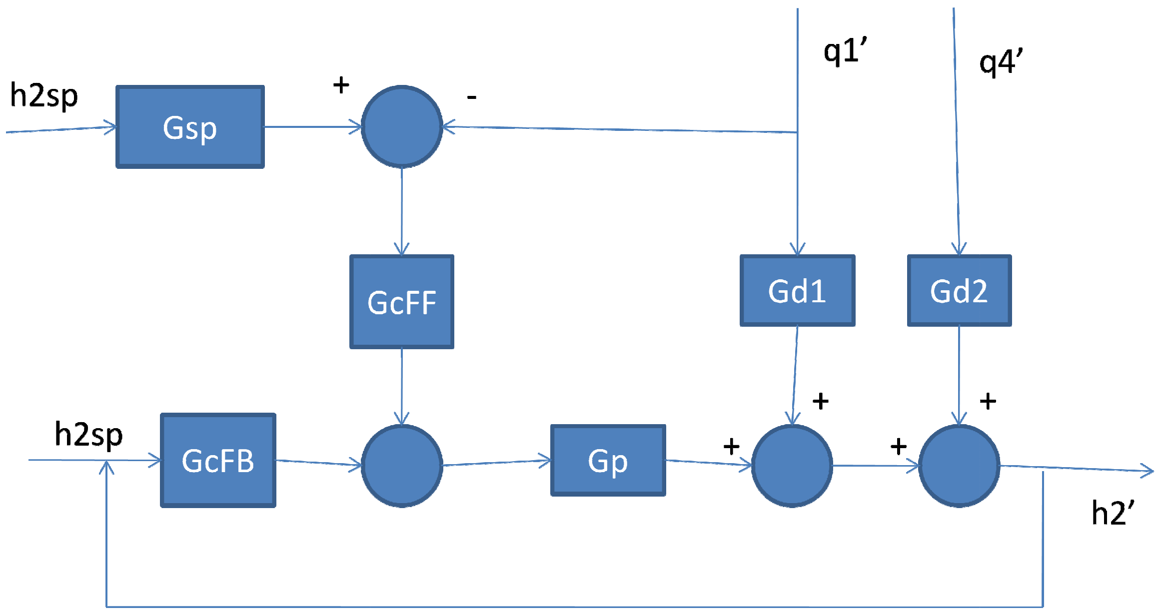
$$Gc = \frac{Gd1}{Gp} = 1$$

Para el diseño en estado estacionario:

$$Gsp = \frac{1}{Kd1} = \frac{1}{0{,}5} = 2$$

$$Gc = \frac{Kd1}{Kp} = \frac{2}{2} = 1$$

b) El sistema feedforward-feedback queda:



Al existir una perturbación no medible (q4) el sistema feedforward simple no es capaz de controlar el proceso. Al agregar el lazo feedback al feedforward el sistema se puede mantener controlado midiendo la variación de la respuesta del sistema y comparándola con el setpoint.

Si se implementa un controlador PI para el lazo feedback, la función de transferencia en lazo cerrado queda:

$$h2' = \frac{GcFBxGp}{1 + GcFBxGp} h2sp'$$

La ecuación característica es:

$$1 + GcFBxGp$$

$$1 + \frac{kc\left(1 + \frac{1}{0{,}6s}\right)0{,}5}{(0{,}5s + 1)(s + 1)}$$

Resolviendo

$$0{,}3s^3 + 0{,}9s^2 + (0{,}6 + 0{,}3Kc)s + 0{,}5Kc = 0$$

Usando la matriz de routh

0,3	0,6+0,3Kc
0,9	0,5Kc
$\frac{0,9(0,6+0,3Kc)-0,3x0,5Kc}{0,9}$	0
0,5Kc	0

Condición de estabilidad:

$$\frac{0,9(0,6+0,3Kc)-0,3x0,5Kc}{0,9}>0$$

$$Kc>-4,2$$

Por otro lado:

$$Kc>0$$

Por lo tanto, la última condición es la que permite sintonizar el controlador.

c) Si cambia el controlador del sistema feedforward (GcFF) los parámetros antes calculado no tendrán ningún cambio, pues GcFF no está presente en la ecuación característica del lazo feedback.