P2

$$G'(s) = \frac{\overline{y'_m}(s)}{\overline{c'}(s)} = G_F \cdot G_P \cdot G_M = \frac{K}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1)}$$

a) Los polos del sistema serían:

$$s_1 = -\frac{1}{\tau_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{\tau_2}$$

Como hay un polo positivo => el sistema es inestable

b) Controlador Proporcional Gc=Kc

$$1 + G_M \cdot G_C \cdot G_F \cdot G_P = 1 + \frac{K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1)} = 0$$
$$\frac{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1) + K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1)} = 0$$
$$\tau_1 \tau_2 \cdot s^2 + (\tau_2 - \tau_1) \cdot s + (K \cdot K_C - 1) = 0$$

Identificando los términos:

$$a_0 = \tau_1 \tau_2$$
$$a_1 = (\tau_2 - \tau_1)$$
$$a_2 = (K \cdot K_C - 1)$$

Matriz de Routh

a_0	A_1
a_1	0
a_2	0

$\tau_1 \tau_2$	$K \cdot K_C - 1$
$(\tau_2 - \tau_1)$	0
$K \cdot K_C - 1$	0

$$A_1 = \frac{(\tau_2 - \tau_1) \cdot (K \cdot K_C - 1)}{(\tau_2 - \tau_1)}$$

Condiciones de estabilidad:

$$(\tau_2 - \tau_1) > 0$$
$$\tau_2 > \tau_1$$
$$K \cdot K_C - 1 > 0$$
$$K \cdot K_C > 1$$

Controlador PD Gc=Kc(1+τ_D)

$$1+G_M\cdot G_C\cdot G_F\cdot G_P=1+\frac{K\cdot K_C\cdot(1+\tau_D\cdot s)}{(\tau_1 s+1)\cdot(\tau_2 s-1)}=0$$

$$\frac{(\tau_1 s+1)\cdot(\tau_2 s-1)+K\cdot K_C\cdot(1+\tau_D\cdot s)}{(\tau_1 s+1)\cdot(\tau_2 s-1)}=0$$

$$\tau_1\tau_2\cdot s^2+(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)\cdot s+(K\cdot K_C-1)=0$$

Identificando los términos:

$$a_0=\tau_1\tau_2$$
$$a_1=(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)$$
$$a_2=(K\cdot K_C-1)$$

Matriz de Routh

a_0	A_1
a_1	0
a_2	0

$\tau_1\tau_2$	$K\cdot K_C-1$
$(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)$	0
$K\cdot K_C-1$	0

$$A_1=\frac{(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)\cdot(K\cdot K_C-1)}{(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)}$$

Condiciones de estabilidad:

$$(\tau_2-\tau_1+K\cdot K_C\cdot\tau_D)>0$$
$$K\cdot K_C-1>0$$
$$K\cdot K_C>1$$

c) Offset frente a escalón unitario en el setpoint

$$offset = y_{SP} - y_{ee}$$
$$offset = 1 - y_{ee}$$

$$\bar{y}(s) = \frac{G_M \cdot G_C \cdot G_F \cdot G_P}{1 + G_M \cdot G_C \cdot G_F \cdot G_P} \cdot \bar{y}_{SP}$$
$$\bar{y}(s) = \frac{\frac{K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1)}}{1 + \frac{K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1)}} \cdot \frac{1}{s}$$
$$\bar{y}(s) = \frac{K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1) + K \cdot K_C} \cdot \frac{1}{s}$$

$$y_{ee} = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot \bar{y}(s) = \frac{K \cdot K_C}{(\tau_1 s + 1) \cdot (\tau_2 s - 1) + K \cdot K_C} = \frac{K \cdot K_C}{-1 + K \cdot K_C}$$

$$offset = 1 - \frac{K \cdot K_C}{-1 + K \cdot K_C} = \frac{-1}{K \cdot K_C - 1} = \frac{1}{1 - K \cdot K_C}$$