



fcm

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
QUÍMICA Y BIOTECNOLOGÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

IQ57A, Dinámica y Control de Procesos

Actividad 3 - Semestre Primavera 2008

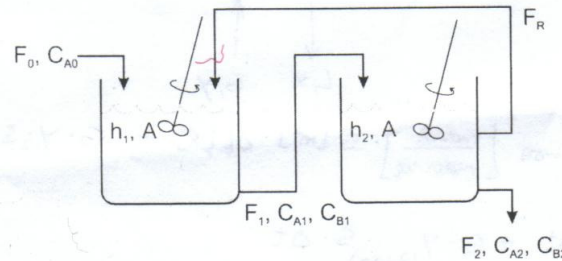
Prof.: J. Cristian Salgado

Prof. aux: Maurice Menadier

Jueves 21 de Agosto de 2008

Problema 1

Desarrolle el modelo matemático para el sistema de estanques descrito en la figura. En este sistema se está llevando a cabo una reacción de primer orden $A \rightarrow B$. Asuma condiciones isotermales y que los flujos F_1 y F_2 están determinados por una bomba de paso variable y, por lo tanto, son independientes de las alturas de los estanques.



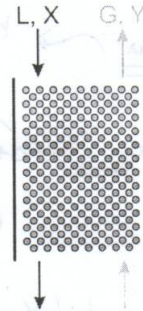
Problema 2

Demuestre que el modelo dinámico de un lecho empacado utilizado para absorber un componente A desde el fluido gaseoso al líquido corresponde al siguiente sistema de PDEs:

$$\begin{aligned} H \frac{\partial X}{\partial t} + h \frac{\partial Y}{\partial t} &= L \frac{\partial X}{\partial z} - G \frac{\partial Y}{\partial z} \\ h \frac{\partial Y}{\partial t} &= -G \frac{\partial Y}{\partial z} - k_G a (Y - Y^*) \end{aligned}$$

En este tipo de sistemas el lecho permite mejorar el contacto entre las 2 fases y mantener la composición y temperatura uniforme a través de la sección radial del reactor.

En la elaboración de su modelo suponga que el reactor se comporta como flujo pistón, que la tasa de transferencia de masa es controlada por la resistencia del gas y que H y h permanecen constantes. Se sugiere utilizar la siguiente nomenclatura y realizar dos balances de masa en un elemento de volumen del lecho: un balance total para A (ambas fases) y uno en la fase



gas.

G	: Flujo de gas	[moles/ m^2/h]
Y	: Concentración de A en el gas	[moles de A/moles de gas]
L	: Flujo de líquido	[moles/ m^2/h]
X	: Concentración de A en el líquido	[moles de A/moles de líquido]
H	: Moles de líquido en el empaque	[moles de líquido/volumen columna]
h	: Moles de gas retenidos en el empaque	[moles de gas/volumen columna]
k_G	: Coeficiente de transferencia de masa	[moles/h/área transf.]
a	: Área de transferencia de masa	[área transf./volumen columna]
Y^*	: Concentración de A en el gas en equilibrio el líquido	[moles de A/moles de gas]
$k_G a(Y - Y^*)$	: Transferencia de A desde el gas al líquido	[moles de A/h/volumen columna]

N.B.: Deje claramente establecidas todas las suposiciones que haga. En particular describa con detalle los balances que haga sobre el elemento de volumen.

Pauta Actividad 3 – Pregunta 1

Balance de Masa global para el primer reactor:

$$\frac{dV_1}{dt} = F_0 + F_R - F_1$$

Como $V_1 = h_1 \cdot A$ se tiene:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F_0 + F_R - F_1}{A}$$

Balance de Masa del primer reactor para la especie A:

$$\frac{d(C_A \cdot V_1)}{dt} = F_0 \cdot C_{A0} - F_1 \cdot C_{A1} - r \cdot V_1 + F_R \cdot C_{A2}$$

Se tiene una reacción de primer orden, por lo tanto: $r = k \cdot C_{A1}$

Además, como se trata de un reactor perfectamente agitado, $C_A = C_{A1}$

Con esto se obtiene:

$$C_{A1} \cdot \frac{dV_1}{dt} + V_1 \cdot \frac{dC_{A1}}{dt} = F_0 \cdot C_{A0} - F_1 \cdot C_{A1} - r \cdot V_1 + F_R \cdot C_{A2}$$

$$C_{A1} \cdot A \cdot \frac{dh_1}{dt} + h_1 \cdot A \cdot \frac{dC_{A1}}{dt} = F_0 \cdot C_{A0} - F_1 \cdot C_{A1} - k \cdot C_{A1} \cdot h_1 \cdot A + F_R \cdot C_{A2}$$

Reemplazando dh_1/dt se tiene:

$$C_{A1} \cdot A \cdot \frac{F_0 + F_R - F_1}{A} + h_1 \cdot A \cdot \frac{dC_{A1}}{dt} = F_0 \cdot C_{A0} - F_1 \cdot C_{A1} - k \cdot C_{A1} \cdot h_1 \cdot A + F_R \cdot C_{A2}$$

$$C_{A1} \cdot (F_0 + F_R - F_1) + h_1 \cdot A \cdot \frac{dC_{A1}}{dt} = F_0 \cdot C_{A0} - F_1 \cdot C_{A1} - k \cdot C_{A1} \cdot h_1 \cdot A + F_R \cdot C_{A2}$$

$$h_1 \cdot A \cdot \frac{dC_{A1}}{dt} + C_{A1} \cdot (F_0 + F_R + k \cdot h_1 \cdot A) = F_0 \cdot C_{A0} + F_R \cdot C_{A2}$$

De la misma manera se realizan los balances para el reactor 2

Balance de Masa global para el segundo reactor:

$$\frac{dV_2}{dt} = F_1 - F_R - F_2$$

Como $V_2 = h_2 \cdot A$ se tiene:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{F_1 - F_R - F_2}{A}$$

Balance de Masa del segundo reactor para la especie A:

$$\frac{d(C_A \cdot V_2)}{dt} = F_1 \cdot C_{A1} - F_2 \cdot C_{A2} - r \cdot V_2 - F_R \cdot C_{A2}$$

Se tiene una reacción de primer orden, por lo tanto: $r = k \cdot C_{A2}$

Además, como se trata de un reactor perfectamente agitado, $C_A = C_{A2}$

Con esto se obtiene:

$$C_{A2} \cdot \frac{dV_2}{dt} + V_2 \cdot \frac{dC_{A2}}{dt} = F_1 \cdot C_{A1} - F_2 \cdot C_{A2} - r \cdot V_2 - F_R \cdot C_{A2}$$

$$C_{A2} \cdot A \cdot \frac{dh_2}{dt} + h_2 \cdot A \cdot \frac{dC_{A2}}{dt} = F_1 \cdot C_{A1} - F_2 \cdot C_{A2} - k \cdot C_{A2} \cdot h_2 \cdot A - F_R \cdot C_{A2}$$

Reemplazando dh_2/dt se tiene:

$$C_{A2} \cdot A \cdot \frac{F_1 - F_R - F_2}{A} + h_2 \cdot A \cdot \frac{dC_{A2}}{dt} = F_1 \cdot C_{A1} - F_2 \cdot C_{A2} - k \cdot C_{A2} \cdot h_2 \cdot A - F_R \cdot C_{A2}$$

$$C_{A2} \cdot (F_1 - F_R - F_2) + h_2 \cdot A \cdot \frac{dC_{A2}}{dt} = F_1 \cdot C_{A1} - F_2 \cdot C_{A2} - k \cdot C_{A2} \cdot h_2 \cdot A - F_R \cdot C_{A2}$$

$$h_2 \cdot A \cdot \frac{dC_{A2}}{dt} + C_{A2} \cdot (F_1 + k \cdot h_2 \cdot A) = F_1 \cdot C_{A1}$$