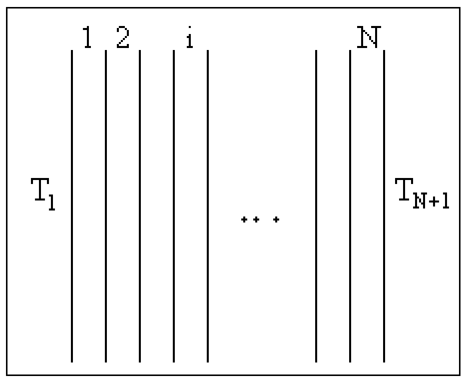
Ejercicio 1

Profesor: Tomás Vargas.
Auxiliar: Melanie Colet.
Ayudante: Igor Guzmán – Maurice Menadier.

Preguntas conceptuales

1. Deduzca la expresión para determinar el flujo de calor entre dos fluidos a T_h y T_c a través de una pared plana compuesta de varias capas de materiales diferentes, con espesor y conductividades diferentes.

Se toma en cuenta el sistema que se muestra en la figura:



En que las temperaturas de las paredes son T_1 y T_{N+1}. El flujo de calor que se establece en cada material es constante en estado estacionario.

Flujo de calor en material i:

$$q = \frac{A \cdot k_i}{\Delta x_i}(T_{i+1} - T_i) \quad \rightarrow \quad \frac{q}{\left(\frac{A \cdot k_i}{\Delta x_i}\right)} = (T_{i+1} - T_i)$$

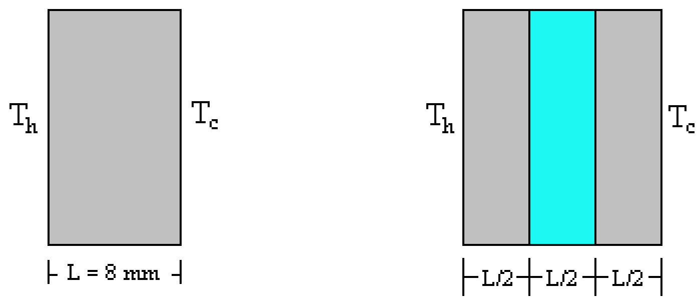
Sumando para todos los materiales:

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{q}{\left(\frac{A \cdot k_i}{\Delta x_i}\right)} = (T_{N+1} - T_1)$$

Despejando el flujo de calor: $$q = \frac{(T_{N+1} - T_1)}{\sum_{1=1}^{N} \frac{1}{\left(\frac{A \cdot k_i}{\Delta x_i}\right)}}$$

Se puede extender para sistema con convección.

2. Compare la velocidad de la transferencia de calor a través de una ventana que consta de una sola hoja de vidrio de 8 mm de espesor con una en que se usan 2 hojas de vidrio de 4 mm separadas por una capa de 4 mm de aire. ¿En que caso podría ser menor y por qué? ¿Cómo se espera que afecte la transferencia de calor el hecho de que se haga vacío en la zona entre vidrios?



Para el sistema en la figura, se muestran las temperaturas en las paredes (puede extenderse a temperatura de ambiente con convección).

Para el caso de la ventana de una sola hoja:

$$q = \frac{(T_h - T_c)}{\frac{L}{A \cdot k}} \qquad (1)$$

Para el caso con aire de por medio (se supone una convección):

$$q = \frac{(T_h - T_c)}{\frac{L/2}{A \cdot k} + \frac{1}{A \cdot h} + \frac{L/2}{A \cdot k}}$$

$$q = \frac{(T_h - T_c)}{\frac{L}{A \cdot k} + \frac{1}{A \cdot h}} \qquad (2)$$

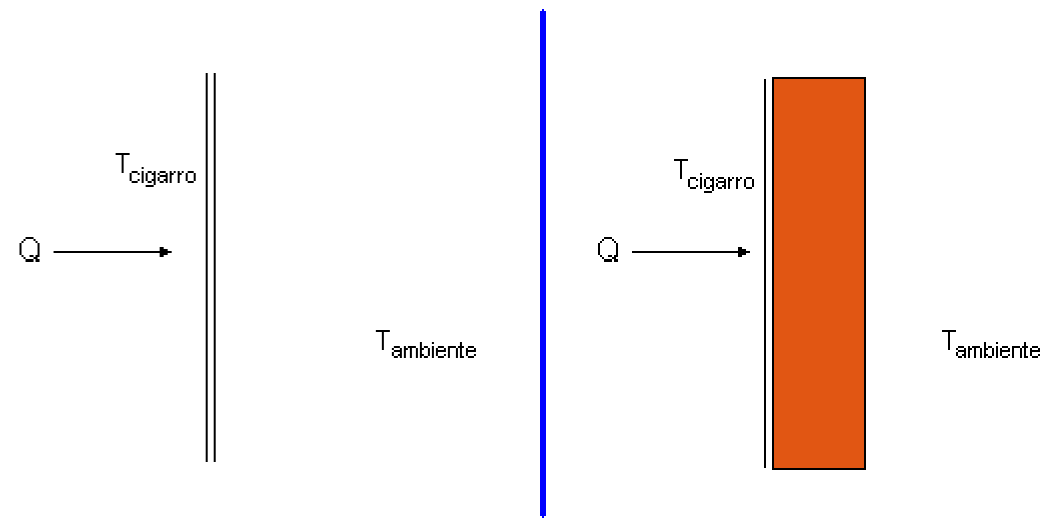
Al comparar (1) y (2) se puede ver que, manteniendo las temperaturas exteriores constantes, el segundo caso se tendrá un menor flujo de calor puesto que la resistencia es mayor.

Si se hace vacio en la zona entre vidrios se tendrá que $h \to 0$.
(Se comenta que el vacio no conduce calor, por lo que es el caso extremo $h = 0$)

Si $h \to 0$, se tiene que $q = \frac{(T_h - T_c)}{\frac{L}{A \cdot k} + \frac{1}{A \cdot h}} \to 0$. Con esto disminuye la transferencia de calor.

3. Plantee las ecuaciones con las cuales explicaría por qué un papel en contacto con un cigarro encendido no se quema si se contacta la otra cara del papel sólidamente contra una moneda.

Para este problema se debe considerar el sistema en estado transiente. Además se considera que la temperatura en la hoja es constante o que el perfil es muy pequeño (debido a que la hoja es muy delgada. Se ilustra el sistema en la siguiente figura:



También se considera que la moneda está a temperatura ambiente (si estuviese caliente el papel se quemaría con ésta) a igual que la hoja.
Al poner en contacto el cigarro con la hoja se considera una temperatura constante ($T_{cigarro}$) al igual que el flujo de calor entregado por éste (Q).

Por otro lado, los flujos de calor en estado estacionario que se establecerían en los sistemas están dados por las siguientes ecuaciones:

Caso sin moneda:

$$q_1 = \frac{A \cdot (T_{cigarro} - T_{ambiente})}{\frac{\Delta x_{papel}}{k_{papel}} + \frac{1}{h}}$$

Caso con moneda:

$$q_2 = \frac{A \cdot (T_{cigarro} - T_{ambiente})}{\frac{\Delta x_{papel}}{k_{papel}} + \frac{\Delta x_{moneda}}{k_{moneda}}} \qquad (1)$$

Al comparar ambas resistencias se puede ver que el caso sin moneda es mayor que el caso con moneda, esto es porque el aire posee un h pequeño mientras que el k de la moneda es grande. Con esto ante un delta de temperatura dado, el caso con moneda podrá conducir un mayor flujo de calor.

Luego, si se considera que la temperatura del papel es representada por la temperatura de la cara opuesta al cigarro:

Caso sin moneda:

$$q = \frac{A \cdot (T_{papel} - T_{ambiente})}{\frac{1}{h}}$$

Caso con moneda:

$$q = \frac{A \cdot (T_{papel} - T_{ambiente})}{\frac{\Delta x_{moneda}}{k_{moneda}}} \qquad (2)$$

En estas ecuaciones q será el calor entregado por el cigarro (Q).

Como se puede ver, la temperatura que se alcanza en el caso con moneda sería menor que sin moneda:

Caso sin moneda:

$$T_{papel} = \frac{Q}{h \cdot A} + T_{ambiente}$$

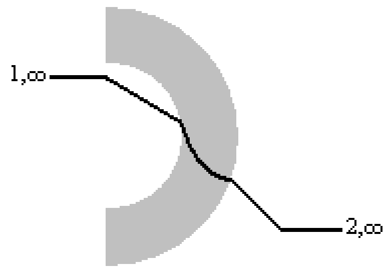
Caso con moneda:

$$T_{papel} = Q \frac{\Delta x_{moneda}}{A \cdot k_{moneda}} + T_{ambiente} \qquad (3)$$

Con esto, si la temperatura alcanzada sin moneda es mayor que la de ignición del papel éste se quemará (caso que se está analizando) mientras que la temperatura alcanzada con moneda es menor que la temperatura de ignición con lo que el papel no se quema.

CONSIDERACIONES:
- Si el flujo de calor Q, es mayor a lo que se puede disipar se producirá una acumulación de calor, haciendo que el papel se queme (se alcanza la temperatura de ignición en el papel rápidamente).
- El supuesto de que la moneda está a temperatura ambiente se logra también si el calor disipado es mayor al que entrega el cigarro.
- El área proporcionada por la moneda hace que se tenga también una mayor superficie para conducir el calor ayudando a la disipación de calor enfriando el papel.

4. En la transferencia de calor en estado estacionario a través de una pared cilíndrica el perfil de temperaturas al interior de la pared es como el mostrado en la figura. Explique por qué tiene esta forma y no es lineal como en el caso de la pared plana.



La transferencia de calor está dada por la ecuación:

$$\frac{q}{A} = -k\,\frac{\partial T}{\partial x}$$

Considerando un flujo de calor constante y una pared plana se obtiene una EDO dependiente de *T* y *x.* Al resolver la EDO se obtiene una recta que es el perfil usual.

Si se tiene un flujo de calor constante a través de un cilindro el área depende de la coordenada radial. El área aumenta a medida que aumenta el radio, por lo que el mismo flujo de calor irá atravesando una mayor área, con lo que se obtiene el perfil de temperatura descrito.

Problemas numéricos

1. El techo de una casa consta de una losa de concreto (k = 2 $^{W}/_{m°C}$) de 6 cm de espesor, que tiene 15 m de ancho y 20 m de largo. Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior del techo son 5 y 12 $^{W}/_{m2°C}$, respectivamente. En una noche clara de invierno, se informa que el aire ambiente está a 10 °C. La casa se mantiene, mediante calefacción, a una temperatura constante de 20°C. Determine que potencia debe tener una estufa eléctrica (en Watts) para poder mantener esa temperatura en el aire interior. Determine además la temperatura de la superficie interior en el estado estacionario.

El flujo de calor esta dado por:

$$q = \frac{A \cdot (T_h - T_c)}{\frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2}}$$

En que:

A = 15m·20m = 300 m^2

T_h = 20°C ; T_c = 10°C

Δx = 0,06 cm

h_1 = 5 $^{W}/_{m2°C}$

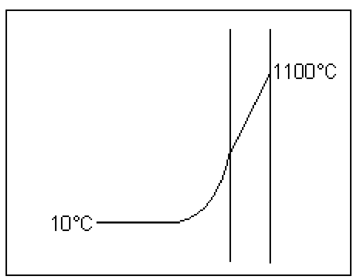
h_2 = 12 $^{W}/_{m2°C}$

Reemplazando los términos en la ecuación se obtiene:
***q* = 9574,47 w**

Para determinar la temperatura de la superficie interior:
$q = h_1 \cdot A \cdot (T_h - T_{wall,h})$
De donde se obtiene: ***T**_{wall,h}* **= 13,61 °C**

2. Para la extracción de algunos metales, como el cobre, se pueden utilizar procesos de volatilización a la forma de cloruro. Estos consisten en hacer reaccionar al interior de un horno a 1100°C cobre líquido en presencia de gas cloro de tal forma que se genera una reacción exotérmica que libera 11,6 kJ por mol de cobre convertido a cloruro. Se sabe que el horno utilizado para esta faena tiene forma cúbica con dimensiones de 4 m^2 de área por cara contactada con el fluido. La base y el techo del horno están térmicamente aislados y la transmisión de calor ocurre a través de las paredes laterales de magnesita de éste (k = 2,3 $^{w}/_{m°K}$, espesor = 10 cm). Determine el flujo másico de cobre que se debe tratar para establecer en el interior del horno una temperatura de 1100°C, a la cual el cobre se encuentra en estado fundido. La temperatura del aire circundante es 10°C y el coeficiente de transferencia de calor externo es h = 12 $^{w}/_{m2°C}$. Considere que la superficie interior de la pared del horno está aproximadamente a 1100°C.

Como en este caso se cuenta con 4 paredes de iguales características el problema es equivalente a tener una sola pared con área igual a la suma éstas.



$$q = \frac{A \cdot (T_{h,wall} - T_c)}{\frac{1}{h} + \frac{\Delta x}{k}} = \frac{16\,m^2 \cdot (1100\,^\circ C - 10\,^\circ C)}{\frac{1}{12\,w/m^2\,^\circ C} + \frac{0{,}1m}{2{,}3w/mK}} = 137527\ [w]$$

Este calor corresponde al cedido por la reacción:
$\dot{n}_{Cu} \cdot 11600\ [J] = 137527\ [w] \quad \Rightarrow \quad \dot{n}_{Cu} = 11{,}856\,[mol\ /\ s]$

Conocido el peso molecular del cobre (P.M. = 63,5):
$\dot{m}_{Cu} = 752{,}84\,[gr\ /\ s]$