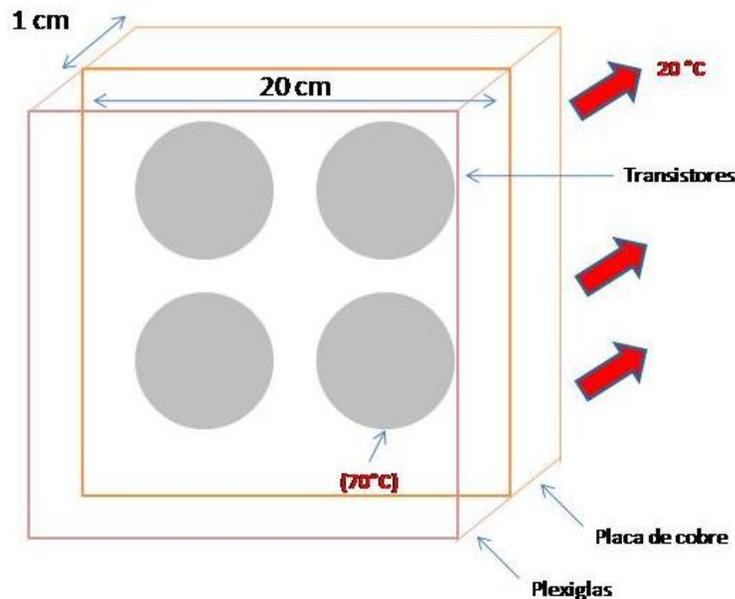


## Clase Auxiliar 1: Transferencia de calor en pared plana

**PROBLEMA Nº 1**

Cuatro transistores de potencia idénticos, con caja de aluminio, están sujetos a uno de los lados de una placa cuadrada de cobre de 20 cm x 20 cm y 1 cm de espesor ( $k = 386 \text{ W/m}\cdot\text{C}$ ) por medio de tornillos que ejercen una presión promedio de 6 MPa. El área de la base de cada transistor es  $8 \text{ cm}^2$  y cada uno de ellos está colocado en el centro de una sección de 10 cm x 10 cm que constituye la cuarta parte de la placa. Se estima que la aspereza de la interfase es alrededor de  $1,5 \text{ }\mu\text{m}$ . Todos los transistores están cubiertos de una gruesa capa de plexiglás, que es un mal conductor del calor y, por tanto, todo el calor generado en la unión del transistor debe ser disipado hacia el ambiente que está a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , a través de la superficie posterior de la placa de cobre. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie posterior se puede tomar como  $25 \text{ W/m}^2\cdot\text{C}$ . Si la temperatura de la caja del transistor no debe sobrepasar los  $70 \text{ }^\circ\text{C}$ , determine la potencia máxima que cada transistor puede disipar con seguridad y el salto de temperatura en la interfase caja – placa.

**SOLUCIÓN:**

Cuatro transistores idénticos de potencia están sujetos a una placa de cobre. Para temperatura máxima de la caja de  $70 \text{ }^\circ\text{C}$ , se deben determinar la disipación máxima de potencia y el salto de temperatura en la interfase.

Consideremos que:

- Estamos en régimen estacionario
- Podemos considerar transferencia de calor unidimensional
- Todo el calor generado en la unión se disipa a través de la superficie posterior de la placa, ya que los transistores están cubiertos por una gruesa capa de plexiglás
- Las conductividades térmicas son constantes

Tenemos las siguientes propiedades:

- Conductividad del cobre:  $386 \text{ W/m}\cdot\text{C}$
- La conductancia por contacto se determina como  $h_c = 42.000 \text{ W/m}^2\cdot\text{C}$   
(interfase cobre - aluminio de  $1,3 - 1,4 \text{ }\mu\text{m}$  a  $5 \text{ MPa}$ )

Tenemos que el área de contacto entre la caja y la placa es de  $8 \text{ cm}^2$  y el área de esta última para cada transistor es de  $100 \text{ cm}^2$ . La red de resistencias térmicas de este problema consta de tres resistencias en serie (interfase, placa y convección), las cuales se determina que son:

$$R_{\text{interfase}} = \frac{1}{h_c \cdot A_c} = \frac{1}{42.000 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right] \cdot 8 \times 10^{-4} [\text{m}^2]} = 0,030 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_{\text{placa}} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0,01 [\text{m}]}{386 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,01 [\text{m}^2]} = 0,0026 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_{\text{convección}} = \frac{1}{h_0 \cdot A} = \frac{1}{25 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,01 [\text{m}^2]} = 4,0 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

Entonces la resistencia térmica total es:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{interfase}} + R_{\text{placa}} + R_{\text{convección}} = 4,0326 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

Note que la resistencia térmica de una placa de cobre es muy pequeña y se puede ignorar por completo. Entonces se determina que la velocidad de la transferencia de calor es

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{total}}} = \frac{(70 - 20) \text{ C}}{4,0326 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]} = 12,4 [\text{W}]$$

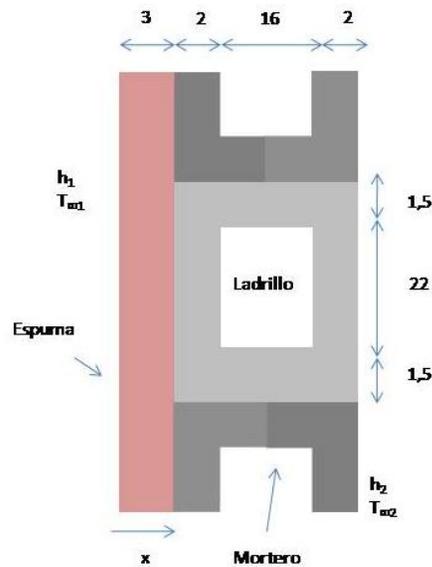
Por lo tanto, el transistor de potencia no debe operarse a niveles de potencia mayores a  $12,4 \text{ W}$ , si la temperatura de la caja no debe sobrepasar los  $70 \text{ C}$ . El salto de temperatura en la interfase se determina a partir de

$$\Delta T_{\text{interfase}} = Q \cdot R_{\text{interfase}} = 12,4 [\text{W}] \cdot 0,030 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right] = 0,37 \left[ \text{C} \right]$$

, que no es muy grande. Por lo tanto, incluso si se elimina por completo la resistencia por contacto térmico en la interfase, en este caso se bajará la temperatura de operación del transistor en menos de 0,4 °C.

## **PROBLEMA Nº 2**

Una pared de 3 m de alto y 5 m de ancho consta de ladrillos de 16 x 22 cm de sección transversal horizontal ( $k = 0,72 \text{ W/m}\cdot\text{C}$ ) separados por capas de mortero ( $k = 0,22 \text{ W/m}\cdot\text{C}$ ) de 3 cm de espesor. También se tienen capas de mortero 2 cm de espesor sobre cada lado del ladrillo y una espuma rígida ( $k = 0,026 \text{ W/m}\cdot\text{C}$ ) de 3 cm de espesor sobre el lado interior de la pared, como se muestra en la figura. Las temperaturas dentro y fuera son de 20 °C y – 10°C, respectivamente. Si se supone transferencia de calor unidimensional, determine la velocidad de la transferencia de calor a través de la pared.



## **SOLUCIÓN:**

Se da la composición de una pared compuesta. Se debe determinar la velocidad de la transferencia de calor a través de la pared.

Supongamos que:

- La transferencia de calor es estable dado que no hay indicación de cambio de tiempo.
- Transferencia de calor unidimensional.
- Conductividades térmicas constantes.

Además, contamos con las siguientes propiedades:

- Conductividad térmica del ladrillo:  $k = 0,72 \text{ W/m}\cdot\text{C}$
- Conductividad térmica de capas de mortero:  $k = 0,22 \text{ W/m}\cdot\text{C}$
- Conductividad térmica de espuma rígida:  $k = 0,026 \text{ W/m}\cdot\text{C}$

Existe un patrón en la construcción de la pared que se repite cada 25 cm de distancia en la dirección vertical. No hay variación en la dirección horizontal. Por lo tanto, se considera una porción de 1 m de profundidad y 0,25 m de alto de la pared, ya que es representativa de toda ella.

Se supondrá que cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección  $x$  es isotérmica. Luego, cada una de las resistencias se evalúa como:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot A} = \frac{1}{10 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,25 \left[ \text{m}^2 \right]} = 0,4 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_1 = R_{espuma} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0,03 \left[ \text{m} \right]}{0,026 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,25 \left[ \text{m}^2 \right]} = 4,6 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_2 = R_6 = R_{mortero,lado} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0,02 \left[ \text{m} \right]}{0,22 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,25 \left[ \text{m}^2 \right]} = 0,36 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_3 = R_5 = R_{mortero,centro} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0,16 \left[ \text{m} \right]}{0,22 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,015 \left[ \text{m}^2 \right]} = 04848 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_4 = R_{ladrillo} = \frac{L}{k \cdot A} = \frac{0,16 \left[ \text{m} \right]}{0,72 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,22 \left[ \text{m}^2 \right]} = 1,01 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 \cdot A} = \frac{1}{25 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right] \cdot 0,25 \left[ \text{m}^2 \right]} = 0,16 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

Las tres resistencias  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$  de en medio son paralelas y su resistencia equivalente se determina a partir de

$$\frac{1}{R_{en\ medio}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 1,03 \left[ \frac{\text{W}}{\text{C}} \right]$$

, lo cual da

$$R_{en\ medio} = 0,97 \left[ \frac{\text{C}}{\text{W}} \right]$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es

$$R_{total} = R_i + R_1 + R_2 + R_{en\ medio} + R_6 + R_o = 6,85 \left[ \frac{^{\circ}C}{W} \right]$$

Entonces la velocidad de transferencia de calor estacionaria a través de la pared queda

$$Q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} = \frac{(20 - (-10)) [^{\circ}C]}{6,85 \left[ \frac{^{\circ}C}{W} \right]} = 4,38 [W] \quad (\text{para área superficial de } 0,25 \text{ m}^2)$$

, o sea,  $4,38/0,25 = 17,5$  W por  $\text{m}^2$  de área. El área total de la pared  $A = 3 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 15 \text{ m}^2$ . Entonces la velocidad de la transferencia de calor a través de toda la pared queda

$$Q_{total} = (17,5 \left[ \frac{W}{\text{m}^2} \right]) \cdot (15 \left[ \text{m}^2 \right]) = 263 [W]$$

Por supuesto este resultado es aproximado ya que se supuso que la temperatura dentro de la pared varía solo en una dirección y se ignoró cualquier cambio de temperatura (y, por tanto, transferencia de calor) en las otras dos direcciones.

### **PROBLEMA Nº 3 (PROPUESTO)**

- El parabrisas de un automóvil se desempaña mediante el paso de aire caliente a  $T_i = 40 \text{ }^{\circ}C$  sobre su superficie interna. El coeficiente de convección en esta superficie es  $h_i = 30 \text{ W/m}^2 \cdot \text{ }^{\circ}K$ . La temperatura del aire exterior es  $T_{inf} = -10 \text{ }^{\circ}C$  y el coeficiente de convección es  $h_c = 65 \text{ W/m}^2 \cdot \text{ }^{\circ}K$ .
- 1. Calcular las temperaturas de las superficies interna y externa del parabrisas de vidrio que tiene 4 mm de espesor. ( $k_{vidrio}(\text{a } 300 \text{ }^{\circ}K) = 1,4 \text{ W/m} \cdot \text{ }^{\circ}K$ ).
- 2. Dibuje perfiles (en forma cualitativa) de temperatura si el parabrisas tuviese:
  - a) Doble vidrio con aire.
  - b) Doble vidrio con agua.
  - c) Si tuviera curvatura.
- Explique, en términos del balance entre el calor generado y disipado, los siguientes fenómenos:
  - fósforo encendido se apaga cuando se mantiene vertical (con la llama arriba) y se quema completamente si se mantiene horizontal.
  - La ceniza de un cigarro se pone incandescente (al rojo) al aspirarlo. Muestre la ecuación para determinar la temperatura estacionaria.