



$$\Delta H_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$2) \Delta H = \Delta H_f + \sum_i \Delta H_i$$

$$\Delta H_i = K_i \frac{V^2}{2g}$$

$i = 1, \dots, m$

K_i coef. de la singularidad

18-10-2005

Para Fluidos

Ecuación General de Transporte de Calor

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho C_p T dV + \int_S \rho C_p T \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_V \dot{q}_m dV - \int_S \vec{q}_w \cdot d\vec{A}$$



Estacionario : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

ley de Fourier

$$\vec{q}_w = -k \nabla T$$

Fluido Incompresible : $\rho = \text{cte}$

Propiedades constantes : $\int_S \rho C_p T \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_V \nabla \cdot (\rho C_p T \vec{v}) dV$
respecto a T

$$= \int_V (\rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T) dV$$

Problema con la viscosidad : $\int_S \vec{q}_w \cdot d\vec{A} = \int_V \nabla \cdot \vec{q}_w dV$
T de Gauss.

Ecuación de Continuidad para fluido incompresible : $\nabla \cdot \vec{v} = 0$

$$\rho C_p \int_V (\nabla \cdot T \vec{v}) dV$$

$$\nabla \cdot (T \vec{v}) = T \nabla \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla T$$

LEY DE FOURIER

$$\int_V \nabla \cdot \vec{q}_w dV = \int_V \nabla \cdot (-k \nabla T) dV$$

Sumar las tres integrales de volumen.

$$\int_V [PCp \vec{v} \cdot \nabla T] dV = \int_V q_g dV - \int_V [-\nabla \cdot k \nabla T] dV.$$

$$PCp \vec{v} \cdot \nabla T = q_g + k \nabla^2 T$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v} \cdot \nabla T = \frac{q_g}{PCp} + \alpha \nabla^2 T} \quad \begin{array}{l} \text{Estacionario} \\ \text{Incompresible} \end{array}$$

$$\alpha = \frac{k}{PCp}$$

NOTAR: Aunque no haya mecanismos de generación de calor, siempre existe la **fricción**.

Aplicación a **Flujo en tuberías en movimiento laminar**.

Hipótesis: $\vec{v}$ sigue solución de flujo laminar isotérmico.

$$N_z = \frac{R^2}{4\mu} \frac{\Delta p}{L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \nabla T = \left[\frac{\partial T}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}, \frac{\partial T}{\partial z} \right]$$

$$(r, \theta, z), \Delta p = p_e - p_s \quad \vec{v} = (\cancel{v_r}, \cancel{v_\theta}, v_z)$$

entrada salida

$$L = z_s - z_e$$



$T_w(z)$

$$\vec{v} \cdot \nabla T = v_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

$q_g = 0$ (sin generación). Sólo está el calor de la fricción.

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$

Simetría axial $\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$

$$N_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad \text{Solución particular para } \frac{\partial T}{\partial z} = \text{cte} \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Cond. de Borde:

$$r=0 : \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

$$r=R : T = T_w(z)$$

$$z=z_0 : T_w = T_{w0}$$

EDO:

$$N_z \frac{dT}{dz} = \alpha \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta T}{L} = \frac{T_c - T_s}{L} = \frac{T_{w0} - T_{ws}}{L}$$

A de

$$\frac{\Delta T}{L} \frac{1}{\alpha} \frac{R^2}{4\mu L} \Delta P \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

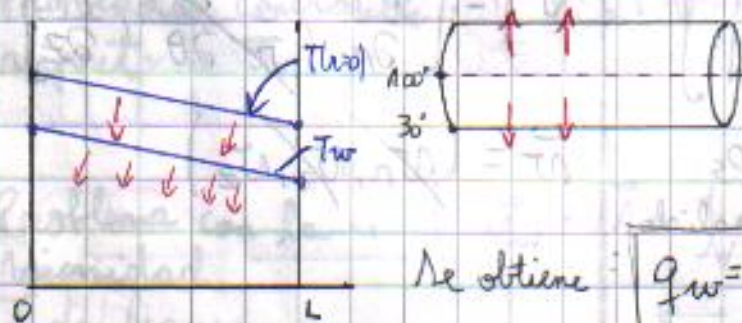
C. de B: $r=0 \quad \frac{dT}{dr} = 0$
 $r=R \quad T = T_w$

$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$

Resultado

$$\frac{1}{4\mu \alpha L} \frac{\Delta P}{L} \frac{\Delta T}{L} \left[\frac{r^2 R^2}{4} - \frac{r^4}{16} - \frac{3R^4}{16} \right] = T - T_w$$

donde $T = T(r, z)$
 $T_w = T_w(z)$



uso de la solución:

$$q_w = -k \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R}$$

Se obtiene: $q_w = -\frac{ARk}{4}$ (cte para todo el tubo)



$$q_w = h (T_w - T_{\infty}) A$$

valores de h para flujo laminar

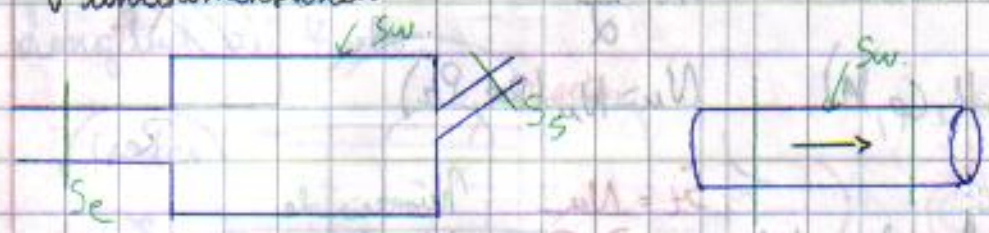
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c_p T dV + \int_S \rho c_p T \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_V \dot{q}_g dV - \int_S \dot{q}_w \cdot d\vec{A}$$

Estacionario

Sin generación de calor

Conducción según ley de Fourier
 $\dot{q}_w = -k \nabla T$

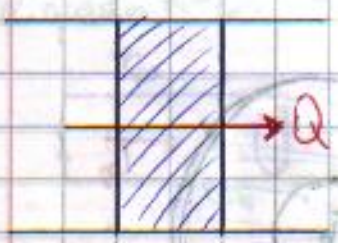
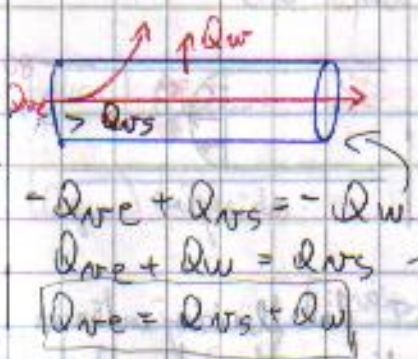
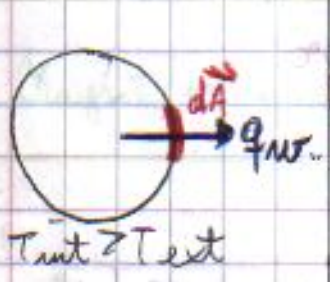
1D unidimensional



$$\int_{S_e} \rho c_p T \vec{v} \cdot d\vec{A} = (\rho c_p T) v (-F_v)_e = -c_p T F_{me} = -Q_{re}$$

$Q_{re} = c_p T F_m$ Flujo convectivo de calor

$$\int_{S_s} = +Q_{rs} \quad -Q_{re} + Q_{rs} = \int_{S_{sw}} k \nabla T \cdot d\vec{A} = -Q_{rw} \quad \text{definición}$$



Conducción en sólidos

Coefficiente de calor en la pared h

$$R_{rw} = \frac{1}{h A_w}$$

$$Q_{rw} = \frac{\Delta T}{R_{rw}} = h \Delta T A_w$$

h coeficiente de calor

$$\dot{q}_{rw} = h \Delta T = h (T_{rw} - T_{\infty})$$

$q = \dot{Q}$, potencia

$$Q_w = h \Delta T A$$

A = Área de la pared

+ Métodos para obtener el coeficiente h

$$A = \pi D dz \rightarrow h \text{ local.}$$



h = promedio de h_{local} para longitud L .

Análisis dimensional:

$$h = h(\rho, V, D, \mu, c_p, k)$$

7 variables

4 dimensiones fundamentales

3 se obtienen 3 productos adimensionales

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Nu = Nu(Re, Pr)$$

Nu



$$St = \frac{Nu}{Re Pr}$$

Número de Stanton

$$Nu = B Re^a Pr^b \quad \text{Buenos datos } B, a, b.$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad \text{Dittus-Boelter}$$

Resultado empírico sujeto a condiciones de validez

$$n = 0.4 \quad \text{cuando } T_w > T_{\text{int}} \quad (\text{fluido se calienta})$$

$$n = 0.3 \quad \text{"} \quad T_w < T_{\text{int}} \quad (\text{fluido se enfría})$$

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad \text{Nusselt}$$

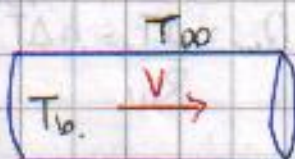
$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad \text{Prandtl}$$

es una propiedad del fluido



T_{int} es un promedio de la T° del fluido interior. Se usa T_b (t. en la copa) que es un promedio ponderado

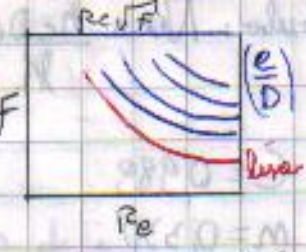
$$T_b = \frac{\int_0^R T_w 2\pi r dr}{\int_0^R r 2\pi r dr}$$



T_b = temperatura de copa

Valididad:

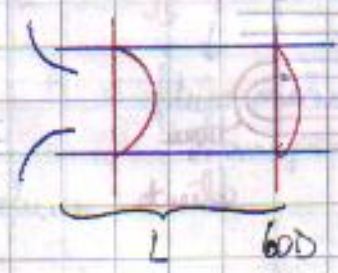
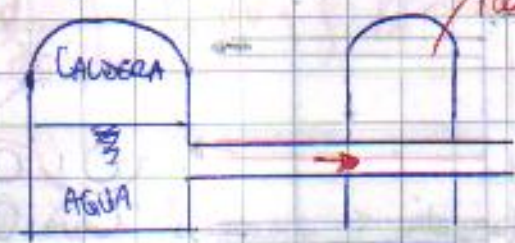
- Pared lisa $\rightarrow$ Fouling F



- $0,7 < Pr < 100$

$\rightarrow$ excluye metales líquidos pues tienen $Pr < 0,02$

- longitud del tubo



$\frac{L}{D} > 60$ Tubo largo

Convención para tubos cortos:

usar $Nu \left(1 + 0,7 \frac{D}{L} \right)$

Sieder-Tate: $0,027 Re^{0,8} Pr^{1/3}$

$\left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0,14} = Nu$

ΔT entre temperaturas absolutas

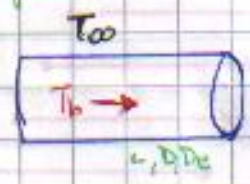
Sieder-Tate (líquido) Gases:

$St Pr^{2/3} = C Re^{-0,2} \left(\frac{T_b}{T_w} \right)^m$

(agua) líquidos:

$St = \frac{Nu}{Re Pr}$

Líquidos K-L:



$St \left(\frac{\mu_w}{\mu_b} \right)^m = f(Re, Pr)$



$Re_b = m^R$ Reynolds a T_b

$m = 0,36 \quad T_w > T_b$
 $= 0,20 \quad T_w < T_b$

Resistencias Convectivas

$R_{w,i} = \frac{1}{h_i A_{w,i}}$

$R_{w,e} = \frac{1}{h_e A_{w,e}}$

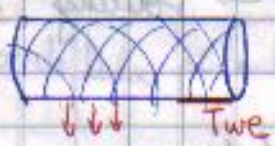
$T_b - T_{w,i} = R_{w,i} Q$
 $T_{w,i} - T_{w,e} = R_c Q$
 $T_{w,e} - T_a = R_{w,e} Q$

Resistencia Conductiva: $R_c = \frac{e}{k A_{m,e}}$

$\frac{T_b - T_a}{Q} = \sum R$

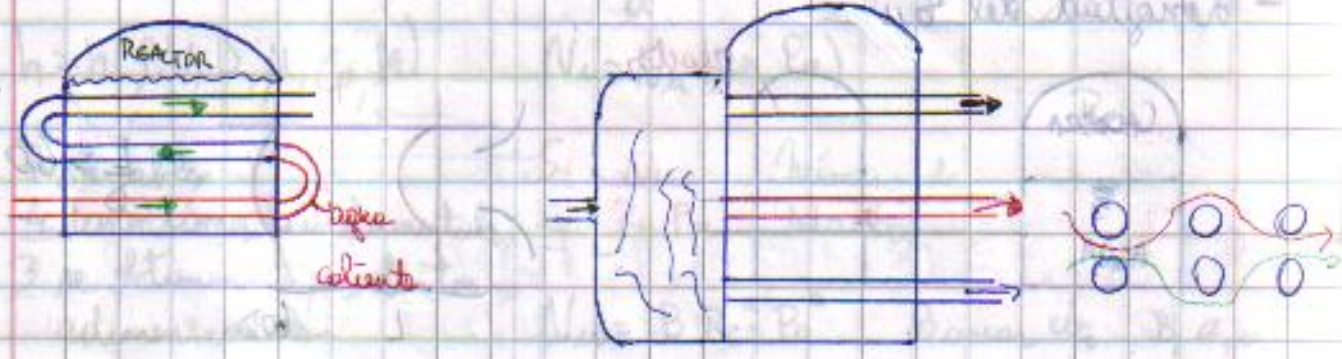
Flujo Externo al Tubo: $Nu = \frac{h_o D_o}{k} = C Re^m Pr^{1/3}$ para la parte exterior

Re: 0.4 hasta 4: $C = 0.988$
 $m = 0.330$



Diseño de intercambiador de tubos

Página 3



$$R = \frac{1}{h_o D_o} + \frac{1}{h_i D_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi k L}$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi k L}}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{U \pi D_o (T_c - T_h)}{Q}$$

$$T_c = T_{c,i} + \frac{Q}{C_{p,c} \dot{m}_c}$$

$$T_h = T_{h,i} - \frac{Q}{C_{p,h} \dot{m}_h}$$

$$Q = \dot{m}_c C_{p,c} (T_{c,i} - T_{c,e}) = \dot{m}_h C_{p,h} (T_{h,i} - T_{h,e})$$

$$Q = U A \Delta T_{lm}$$