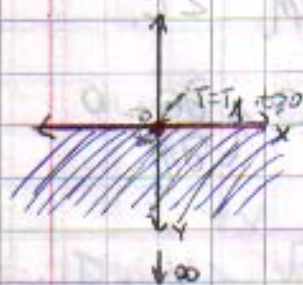


$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \rightarrow \text{Difusividad Térmica}$$



En el caso unidimensional en un medio semi-infinito

$$\left. \begin{array}{l} t < 0 \\ t = 0 \\ t > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = T_0 \text{ en toda parte (todo el universo)} \\ T = T_1 \text{ en } y=0. \end{array}$$

Luego el calor invade el medio que corresponde a $y=0$.

Aplicación: Horno



Aguá fría

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$



$$\text{C. de Borda: } \left. \begin{array}{l} t < 0 \\ t \geq 0 \\ t \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = T_0 \text{ en todo el medio semi-infinito } y \geq 0 \\ T = T_1 \text{ en } y=0 \\ T = T_0 \text{ cuando } y \rightarrow \infty \end{array}$$

Solución: Por combinación de variables

$$\theta = \text{temperatura adimensional} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$\eta = \frac{y}{\sqrt{4\alpha t}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial (T - T_0)}{\partial t} \quad \frac{T_1 - T_0}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \frac{T_1 - T_0}{\partial t} = (T_1 - T_0) \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} (T_1 - T_0) \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \left| \quad \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right.$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = (T_1 - T_0) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad \left| \quad \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right.$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial t} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial t}$$

$$\eta = \frac{y}{\sqrt{4\alpha t}} \quad \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{y}{\sqrt{4\alpha}} \frac{\partial \frac{1}{\sqrt{t}}}{\partial t} = \frac{y}{\sqrt{4\alpha}} \left(-\frac{1}{2} t^{-3/2} \right) \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial m} \cdot \frac{-m}{2t}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad \text{Análogamente} \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial m^2} \frac{1}{4\alpha t} \rightarrow \frac{\partial^2 \theta}{\partial m^2} + 2\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$$

Condiciones de Borde: ① $\eta = 0 \left\{ \begin{array}{l} T = T_1 \\ t \geq 0 \\ y = 0 \end{array} \right. \quad \eta = 0 \left\{ \begin{array}{l} T = T_1 \\ \theta = 1 \end{array} \right.$

② $\eta \rightarrow \infty \left\{ \begin{array}{l} T \rightarrow T_0 \\ \theta = 0 \end{array} \right. \quad \eta \rightarrow \infty \left\{ \begin{array}{l} T \rightarrow T_0 \\ \theta = 0 \end{array} \right.$

$$\text{Sea } \psi = \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \quad \ln \psi = -\eta^2 + C \quad \theta - 1 = C_1 \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta$$

$$\frac{d\psi}{d\eta} + 2\eta\psi = 0$$

$$\frac{d\psi}{\psi} = -2\eta d\eta$$

$$d\theta = C_1 e^{-\eta^2} d\eta \quad \int_1^\theta d\theta = C_1 \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta$$

$$\theta = 1 + C_1 \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta$$

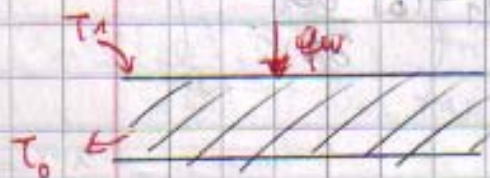
$$\theta = 0 \text{ para } \eta \rightarrow \infty$$

$$0 = 1 + C_1 \int_0^\infty e^{-\eta^2} d\eta$$

$$\Rightarrow C_1 = -\sqrt{\frac{4}{\pi}}$$

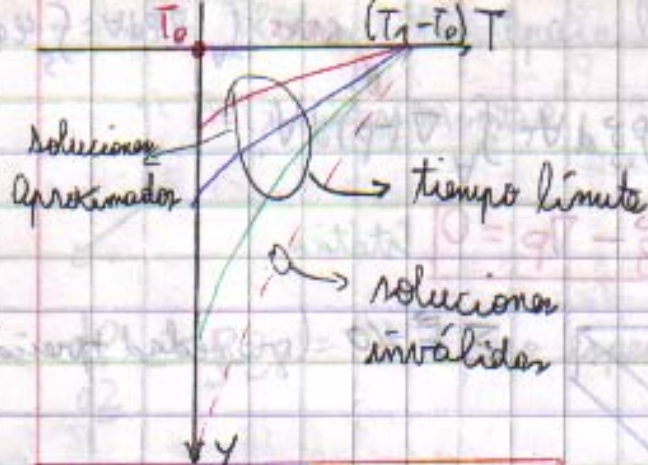
$$\theta = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta \quad \text{Tabulada}$$

Tabla de: $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2} d\eta$



$$q_w = -k \frac{dT}{dy} \bigg|_{y=0} \quad \text{Ley de Fourier}$$

Resultado = $\frac{k(T_1 - T_0)}{\sqrt{\pi \alpha t}} = q_w$ Flujo transmitido del calor.

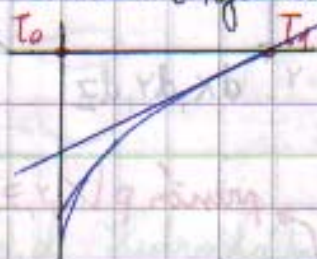


Distancia de penetración del calor

$$D = Y_A = \sqrt{\pi \alpha t} = \frac{dT}{dY} \bigg|_{Y=0}$$

Profundidad de penetración de calor = para cada instante hasta donde ha llegado la variación de calor.

Cuando la tangente en el origen aproxima las curvas de la placa, el calor ya cubrió todo el sólido.



Para $Y=0$:

$$T_0 - T \approx 0,2(T_0 - T_1)$$

30-08-2005

$\Psi = P \vec{v} =$ cantidad de movimiento por volumen

$$\frac{2}{\partial t} \int_V P \vec{v} dV + \int_S P \vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_V \vec{G} dV - \int_S \phi \cdot d\vec{A}$$

Cómo apunta el fluido hacia abajo

$$\vec{G}_1 = \text{fuerza de gravedad}$$

$$\vec{G}_1 = \frac{\text{fuerza}}{\text{volumen}} = \frac{\text{masa}}{\text{vol.}} \cdot \vec{g}$$

$$\vec{G}_1 = \rho \vec{g}$$

Cómo apunta el fluido en el caso estático

$$\vec{G}_2 = \text{flujo de compresión en el caso estático}$$

$$\vec{G}_2 = \int_S d\vec{G}_2 = \int_S (-p d\vec{A})$$

generación de cantidad de movimiento

$$\int_V \rho \vec{g} dV + \int_S -p d\vec{A}$$

Las fuerzas interiores no se contabilizan, pues la presión de un volumen pequeño contra el volumen adyacente es el mismo que ejerce el segundo contra el 1º.



$p =$ fuerza normal. de la pared?