



Examen 30 de Noviembre, 2004

Problema 1

La compañía Armijo Airlines está interesada en analizar una sus políticas de *Revenue Management*. Considere que la capacidad de un vuelo es para K pasajeros. El valor de cada ticket es de $\$P$ por persona, sin embargo, si el pasajero es "cliente frecuente" de la aerolínea se le hace un 20 % de descuento.

Suponga que las personas demandan boletos de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ [personas/mes] y que cada persona compra sólo un ticket. Los pasajes comienzan a venderse 2 meses antes de la salida del vuelo y cada pasajero con probabilidad q es "cliente frecuente" de Armijo Airlines.

1. (1,0 ptos.) ¿Cuál es la utilidad esperada por cada vuelo?
2. (2,0 ptos.) Suponga que la Gerencia de *Revenue Management* ha decidido no vender más de Q pasajes a precio rebajado para cada vuelo. Una vez alcanzado este límite, se rechazará a los "clientes frecuentes" de la aerolínea (suponga que los clientes a los que se les rechace el boleto rebajado no optarán por pagar el valor completo, sino que se retirarán). ¿Cuál es la probabilidad que se vendan Q boletos a precio rebajado?

Según datos históricos, cada pasajero que ha comprado un pasaje, no se presenta al vuelo con probabilidad r , independiente del valor del boleto comprado, por lo que la empresa ha decidido realizar *overbooking*, es decir, vender más asientos que la capacidad del avión. Adicionalmente a los datos ya proporcionados se sabe que un pasajero que aborda el avión gastará una cantidad de dinero aleatoria, distribuida exponencialmente de parámetro x , en productos en el *duty free* a bordo. Además la Gerencia Comercial ha estimado que si N pasajeros que han comprado un pasaje no pueden abordar la compañía incurrirá en un costo $C(N)$ por pasajero, con $C'(N) < 0$. Además no se realizan devoluciones a pasajeros que no se presenten al vuelo. Para esta parte, suponga que la cantidad de pasajes a precios rebajado no está limitada.

3. (1.0 ptos.) Encuentre los ingresos esperados, dado un *overbooking* de V asientos, es decir, es posible vender como máximo $K + V$ pasajes.
4. (1.5 ptos.) Encuentre los costos esperados de operar con una política de *overbooking* de V asientos. Para esto siga, si lo desea, los siguientes pasos:
 - Encuentre la probabilidad de dejar N personas abajo dado que se vendieron X pasajes, ($X = K + V$).
 - Ocupando probabilidades totales, encuentre la probabilidad de dejar n personas abajo.
 - Considerando lo anterior y los costos $C(N)$, calcule los costos esperados.
5. (0.5 ptos.) ¿Cuál es el beneficio esperado por vuelo?

Problema 2

Armijo Catalán está a cargo de mantener el correcto funcionamiento de un complejo proceso productivo. Para esto es su deber vigilar la temperatura interna de la principal caldera del complejo industrial.

En su estación de trabajo Armijo posee una pantalla que despliega, de forma continua, información acerca del nivel de temperatura al interior de la Caldera. La temperatura es entregada en grados *Gouet* (G°). Esta unidad de medición es tal que el cero absoluto ($-273[C^\circ]$ o $0[K^\circ]$) corresponde a $-\infty[G^\circ]$.

La temperatura al interior de la caldera puede ser modelada como un Movimiento Browniano con un Drift $\mu > 0$.

La misión de Armijo es sumamente simple: Debe cuidar que la temperatura se encuentre, todo el tiempo, bajo los $B[G^\circ]$ ($B > 0$). Si en algún instante del tiempo la temperatura alcanza esta cantidad se produce el colapso del sistema productivo. Esto significa un alto costo para la empresa (específicamente, se incurre en un costo de $\$M$). Además el proceso productivo solo puede ser reiniciado luego de un tiempo aleatorio de reparación de distribución exponencial de media $\frac{1}{\mu}$ [horas].

Para lograr esto Armijo cuenta con un botón de pánico que es capaz de hacer bajar (instantáneamente) la temperatura de la caldera a $0[G^\circ]$. Sin embargo cada vez que se oprime este botón existe una probabilidad $\alpha(x) = (1 - e^{-|x|})$ de que se desplome el sistema (también inmediatamente), donde x es la temperatura de la caldera al instante de apretar el botón. Adicionalmente se sabe que cada vez que se preciona el botón, se incurre en un costo de $C\$$.

Armijo esta interesado en encontrar una política de acción que le permita minimizar el **gasto esperado del proceso productivo por unidad de tiempo**. Para lograr esto responda:

1. Describa cuál es el tipo de política de acción que debería seguir Armijo. Tiene sentido una política donde el botón se apreta cuando la temperatura de la caldera es negativa?.
2. Sea $f(x)$ el tiempo (esperado) que demora la temperatura del sistema en alcanzar los $x[G^\circ]$. Derive una ecuación diferencial para $f(x)$. Resuélvala apoyándose en la relación existente entre $f(x+y)$, $f(x)$ y $f(y)$.
3. ¿Cuál es el costo de la política "no actuar sobre el sistema"?
4. ¿Cuál es el costo de la política de apretar el botón cuando se alcanza una temperatura de $X[G^\circ]$?
5. ¿Cuál es la política óptima que debe seguir Armijo? Explique su metodología de cálculo.