FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

IN79O: Modelos Estocásticos en Sistemas de Ingeniería
Profesor: Raúl Gouet
Auxiliares: Gustavo Angulo, Diego Morán

Clase Auxiliar 12

19 de Noviembre de 2008

P1

a) Sea $\{X(t), t \geq 0\}$ movimiento Browniano estándar y sea T_x la primera vez que alcanza el valor x, con $x > 0$. Calcule la ditribución de $Z(t)$, donde $Z(t)$ está definido por

$$Z(t) = \begin{cases} X(t) & t < T_x \\ x & t \geq T_x \end{cases}$$

b) Sea $\{X(t), t \geq 0\}$ movimiento Browniano estándar. Calcule la distribución de $Z(t)$, donde $Z(t)$ está definido por

$$Z(t) = |X(t)| \quad t \geq 0$$

P2 Sea $\{X(t), t \geq 0\}$ un movimiento Browniano estándar. Se define $Y(t) = tX(1/t) \quad \forall t > 0, Y(0) = 0$.

a) ¿Cuál es la distribución de $Y(t)$?

b) Calcule $Cov(Y(s), Y(t))$.

c) Argumente que $\{Y(t), t \geq 0\}$ es también un movimiento Browniano estándar.

P3 Sean $\{B(t), t \geq 0\}$ un movimiento Browniano estándar, $A > 0$, $B > 0$ y $\tau = \text{mín}\{t : B_t = -B \lor B_t = A\}$.

a) Muestre que $P(\tau < \infty) = 1$ y que

$$P(B_\tau = A) = \frac{B}{B + A}$$

b) Muestre que

$$E[\tau] = A \cdot B$$

Gustavo Angulo — gangulo@dim.uchile.cl

Diego Morán — dmoran@dim.uchile.cl