IN790: Modelos Estocásticos en Sistemas de Ingeniería
Profesor: Raúl Gouet
Auxiliares: Gustavo Angulo, Diego Morán

# Clase Auxiliar 11

6 de Noviembre de 2008

**P1**

a) Considere un sistema $M/M/1$ y sea $\pi$ su vector de distribución estacionaria. Sea $\Pi(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i z^i$ su función generadora, donde $|z| < 1$. Muestre que

$$\Pi(z) = \frac{1-\rho}{1-z\rho}$$

y concluya que $\pi_i = (1-\rho)\rho^i$.

b) Considere un sistema $M/G/1$, donde los tiempos de servicios son independientes y distribuidos según $B(t)$. Sea $X_n$ la cantidad de personas en el sistema cuando el enésimo cliente se retira, y sea $p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$. Sea $\pi$ el vector de distribución estacionaria para $P = (p_{ij})$. Muestre que su función generadora cumple

$$\Pi(z) = \frac{(1-\rho)(1-z)K(z)}{K(z)-z}$$

donde $k_i = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} dB(t)$ y $K(z) = \sum_{i=0}^{\infty} k_i z^i$.

c) Usando la parte anterior, muestre que si el tiempo de servicio es exponencial, entonces se obtiene la función generadora de (a).

d) Usando (b), obtenga la fórmula de Pollaczek-Khintchine

$$L = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 \sigma_S^2}{2(1-\rho)}$$

donde $\sigma_S^2$ es la varianza del tiempo de servicio.

Gustavo Angulo
gangulo@dim.uchile.cl

Diego Morán
dmoran@dim.uchile.cl