# IN780
# Segundo Semestre, 2006

## Control 4

**Problema 1** Supongamos el siguiente modelo de elecciones. Los electores están distribuídos de forma uniforme en el intervalo $[0, 1]$. los electores siempre votan por el candidato que se ubica más cerca de ellos. Por ejemplo, si el candidato 1 se ubica en la posición 0.6 y el candidato 2 se ubica en la posición 0.8, el candidato 1 obtiene todos los votos en $[0, 0.7]$, o sea el 70%. Suponga que cada candidato maximiza el porcentaje de votos obtenidos.

a) Demuestre que existe sólo un equilibrio de Nash en estrategias puras, con ambos candidatos eligiendo $x = 0.5$.

b) Suponga ahora que, después de posicionarse los candidatos 1 y 2, un tercer candidato decide si entrar o no, y donde posicionarse (la información es perfecta). Este tercer candidato sólo entrará si puede obtener más (estrictamente) que un k% de los votos, donde $k > 25$. encuentre un equilibrio donde los candidatos 1 y 2 no eligen $x = 0.5$. Se produce o no entrada del tercer candidato en el equilibrio? (Escribir bien las estrategias!!)

**Problema 2** El gobierno se prepara a rematar una licencia para operar en el mercado radial. Hay dos interesados, que llamaremos A y B. A tiene una valoración distribuída uniformemente en $[0, \frac{4}{3}]$, mientras que la de $B$ esta distribuída uniformemente en $[0, \frac{4}{5}]$. Demuestre que en un remate de sobre cerrado a primer precio las estrategias $b_A(x), b_B(x)$ cuyas inversas están dadas por $b_A^{-1}(b) = \frac{2b}{1-b^2}$ y $b_B^{-1}(b) = \frac{2b}{1+b^2}$ son un equilibrio de Nash.

**Problema 3** Un individuo, que posee un nivel de riqueza $w$, puede invertir en dos instrumentos. El primero entrega 1 peso por cada peso invertido. El segundo entrega $z$, que es una variable aleatoria con distribución $F(z)$. Se tiene que $\int zF(z) > 1$. La funcion de utilidad de Bernoulli del agente, que es averso al riesgo, es $u$.

a) Explique que significa $\int zF(z) > 1$ y que restricciones sobre $u$ implica el hecho que el agente sea averso al riesgo.

b) Llamamos $\beta$ a la cantidad invertida en el instrumento "seguro" y $\alpha$ la cantidad invertida en el instrumento "aleatorio". Demuestre que si el agente maximiza sobre las cantidades a ahorrar en cada instrumento, se tiene que $\alpha^* > 0$.

Definimos $r_R(x) = -x\frac{u''(x)}{u'(x)}$.

c) Demuestre que si $r_R$ es creciente, entonces la proporción del ingreso que se invierte en el instrumento "aleatorio" decrece con $w$.

**Problema 4** Demuestre que el juego en forma normal dado por

| | | |
|---|---|---|
| 1,-2 | -2,1 | 0,0 |
| -2,1 | 1,-2 | 0,0 |
| 0,0 | 0,0 | 1,1 |

tiene un único equilibrio de Nash en estrategias mixtas.