# Control 3. IN780. Microeconomía Avanzada - 2008/02.

**Profesor:** Jorge Rivera.
**Prof. Auxiliar:** Jorge Catepillan
**Pregunta 1.** Comente las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta.

(a) Dada una economía de $N \times L$, donde todos los individuos son idénticos en preferencias y dotaciones, al entrar un nuevo agente a la economía, idéntico a los existentes, se tiene que el equilibrio (precio - cantidad) no se modifica respecto del original.

(b) Si las preferencias de algún individuo son saciadas, entonces no necesariamente se cumple el Primer Teorema de Bienestar.

(c) Argumente brevemente por qué no necesariamente existe equilibrio en una economía con producción, considerando que una de las firmas presenta rendimientos crecientes a escala.

(d) Si existen bienes indivisibles en la economía entonces no necesariamente existirá equilibrio de Walras.

**Respuesta**

(a) *Depende, si la cantidad de bienes se mantiene constante, como todos demandan lo mismo, las cantidades de equilibrio van a cambiar, y los precios también, para que ahora cada agente demande otra cantidad. Sin embargo, si asumimos que la nueva persona trae consigo una dotación inicial igual a la que tiene cada uno del resto las cosas cambian. Supongamos que hay un equilibrio al principio, con un precio y cantidades. Como todos tienen la misma función de utilidad (asumiendo todas las buenas propiedades) y las mismas dotaciones iniciales, en el equilibrio cada uno debe demandar su dotación inicial. El precio de equilibrio hace que cada uno demande esa cantidad. Luego, si ingresa otra personas con dotación inicial y función de utilidad igual a la de las otras personas, el precio anterior hace que cada uno demande sólo la cantidad inicial, y por lo tanto el equilibrio n o cambia.*

(b) *Si las preferencias son saciadas, podría darse el caso en que un equilibrio no sea óptimo de pareto. Supongamos dos individuos, el primero con preferencias no saciada y el segundo con preferencias monótonas. Si tenemos una área de intercambio (caso dos bienes) que mantiene al tipo uno indiferente, y el equilibrio se da en el interior de esta área, entonces reduciendo levemente las cantidades que tiene 1, y dándoselas a 2, este último mejora estrictamente, y 1 se mantiene igual. Luego ese equilibrio no es óptimo de pareto.*

(c) *Si una firma tiene retornos crecientes a escala tiene incentivos a producir cada vez más. Es decir, dado un precio, la firma va a producir* $0$ *o* $\infty$. *En el caso que produzca* $\infty$ *entonces si los consumidores tien demandas finitas, ya no puede haber equilibrio. Luego, necesariamente el precio tendría que ser tal que no quiera producir. En el caso de una economía en la que no hay dotación inicial de dicho bien, y hay una única firma que lo produce, basta que exista demanda a cualquier precio, para que ya no pueda existir un equilibrio si una firma tiene este tipo de retornos.*

(d) *Esto es verdadero, si los bienes son indivisibles podría darse el caso en que no haya equilibrio, aún cuando la funcón de utilidad tenga todas las buenas propiedades. Esto* *debido a que podría ocurrir que la economía tienda a irse a un punto en $\mathbb{R} \times \mathbb{R} - \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Sin embargo un individuo se aproxime a este punto por sobre el en la caja de edgeworth, y el otro bajo él, con lo cual para un precio las cantidades demandadas no logre "vaciar" el mercado.*

**Pregunta 2.**

Considere una economía de intercambio de $2 \times 2$; las dotaciones iniciales son $\omega_1 = (a, b) \in \mathbb{R}^2_{++}$ y $\omega_1 = (b, a) \in \mathbb{R}^2_{++}$. Las respectivas funciones de utilidad de cada individuo $u_1(x_1, x_2) = u_2(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^\alpha$, con $\alpha > 0$ dado.

(a) Asumiendo el bien uno como numerario, determine el precio y la asignación de equilibrio de esta economía.

(b) Determine la Curva de Contrato de la economía. Entregue además una condición necesaria y suficiente sobre los parámetros $a$ y $b$ para la dotación inicial no sea un óptimo de Pareto.

(c) Suponiendo que las dotaciones iniciales no son óptimo de Pareto, ¿cuánto bien uno tendría que traspasar (o recibir) el individuo uno al (del) individuo dos para que, teniendo fija la cantidad de bien dos inicial, se logre una asignación paretiana? Entregue las condiciones para que el individuo uno efectivamente haga una transferencia al individuo dos.

(d) Determine el precio de equilibrio en el escenario descrito en el punto (c) anterior, y compárelo con el precio de equilibrio obtenido en el punto (a). Comente su respuesta.

**Respuesta**

(a) Veamos el problema del consumidor:

$$\max_{(x,y)} xy^\alpha \text{ st } x + py = w_x + pw_y$$

Las CPO son:

$$y^\alpha - \lambda = 0$$
$$\alpha x y^{\alpha-1} - \lambda p = 0$$

Lo que queda:

$$\alpha x = py$$

Despejando de la restricción presupuestaria:

$$x = \frac{w_x + pw_y}{1+\alpha}$$
$$y = \frac{w_x + pw_y}{1+\alpha}\frac{\alpha}{p}$$

Ahora, para ver el equilibrio, necesitamos que:

$$\frac{a+pb}{1+\alpha}+\frac{b+pa}{1+\alpha}=a+b$$

De donde $p=\alpha$.

(b) Los ópimos de pareto salen de la siguiente relación:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial x_{11}}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_{12}}}=\frac{\frac{\partial U_2}{\partial x_{21}}}{\frac{\partial U_2}{\partial x_{22}}}$$

Que se reduce a:

$$\frac{x_{12}}{\alpha x_{11}}=\frac{a+b-x_{12}}{\alpha(a+b-x_{11})}$$

De donde se tiene que los óptimos de pareto cumplen:

$x_{12}=x_{11}$

(c) Tendría que entregar $a-b$, de este modo quedaría con $(b,b)$. La codición es que $a-b\geq 0$.

(d) En el nuevo escenario, el precio de equilibrio tiene que ser tal que:

$$\frac{a+pa}{1+\alpha}+\frac{b+pb}{1+\alpha}=a+b$$

El precio al que se llega es el mismo, $p=\alpha$

**Pregunta 3.**

Considere una sociedad formada por $N$ personas, las que intercambian dos bienes; las preferencias de cada individuo son $u_i(x_1,x_2),\ i=1,2,\ldots,N$, y las dotaciones iniciales respectivas son $\omega_i=(\omega_{i1},\omega_{i2})\in\mathbb{R}^2_{++}, i=1,2,\ldots,N$.

Suponga ahora que un planificador central recibe del cielo cierta cantidad exógena de bien uno, digamos $q>0$, el cual repartirá entre la población sobre la base de una función de utilidad social

$$U(u_1(x_{11},x_{12}),u_2(x_{21},x_{22}),\ldots,u_N(x_{N1,N2})).$$

Explique detalladamente el criterio que debería emplear el planificador para repartir los recursos que le han llegado. Plantee el problema optimización del planificador central y explique los supuestos que utiliza para el efecto.

**Respuesta**

*Una opción es la siguiente:*

$$\max_{\{q_i\}_{i=1}^N} U(u_1(x_{11},x_{12}),u_2(x_{21},x_{22}),\ldots,u_N(x_{N1,N2}))$$

$$\text{st } (x_{i1},x_{i2})\in\arg\max_{(x,y)}\{u_i(x,y),x+py\leq w_{i1}+q_i+pw_{i2}\},\ \forall i$$

$$\sum_{1 \le i \le N} x_{i1} \le \sum_{1 \le i \le N} (w_{i1} + q_i)$$
$$\sum_{1 \le i \le N} x_{i2} \le \sum_{1 \le i \le N} w_{i2}$$
$$\sum_{1 \le i \le N} q_i \le q$$
$$q_i, x_{i1}, x_{i2} \ge 0$$