Macroeconomía II

Profesor: Juan Pablo Medina

Auxiliar: Felipe Avilés Lucero

Primavera 2008

Auxiliar 4

1. **Sostenibilidad de la Cuenta Corriente y la Restricción Intertemporal.** Suponga que un país posee activos extranjeros netos negativos y adopta una política de correr un superávit de balanza comercial suficiente para pagar una fracción constante del interés cada período. En otras palabras, fija la balanza comercial de acuerdo a la siguiente regla $TB_s = -\xi r B_s$, $\xi > 0$

   a) Usando la identidad de la Cuenta Corriente y la definición de la Balanza Comercial, muestre que bajo esta política, los activos externos netos siguen la siguiente ecuación

   $$B_{s+1} = [1 + (1 - \xi)r]B_s$$

   b) Muestre directamente que la restricción intertemporal se cumple para cualquier $\xi > 0$.
   Hint: Muestre que:

   $$\sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t} TB_s = -\sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t} \xi r B_s = -(1+r)B_t$$

   Note que incluso si ξ es muy pequeño, y por lo tanto los superávit de Cuenta Corriente son muy pequeños, los repagos de la deuda crecen en el tiempo mientras B_s vaya siendo más negativo.

   c) ¿Ha probado que la sostenibilidad de la Cuenta Corriente requiere sólo que un país pague una pequeña constante arbitraria del interés de cada período, haciendo un *rolling over* la deuda restante y los intereses? [Hint: considere el caso de una economía de dotación con $G = I = 0$ e ingreso constante Y. ¿Qué tan grande puede llegar a ser B antes que el país deba todo su ingreso futuro a sus acreedores? ¿será esta cota violada si ξ no es lo suficientemente grande? Si lo es, ¿cómo se puede la restricción intertemporal mantenerse en la parte (*b*)?]

2. **Inconsistencia Temporal.** Este ejercicio ilustra el rol de la imposibilidad de la separación temporal en la función de utilidad, generando inconsistencia temporal:

   a) *El consumo pasado afecta la utilidad de hoy*
   Las preferencias de los agentes están dadas por:

   $$U_0(c_0, c_1, ...) = \log(c_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t [\log(c_t) + \alpha \log(c_{t-1})]$$

   el signo de α define el tipo de preferencias. Naturalmente, si $\alpha = 0$, las preferencias son standard. Si $\alpha < 0$, hay formación de hábitos (*habit persistence*) en el sentido que un alto consumo en el período $t - 1$ disminuye la utilidad en t (capturando la idea que consumidores pierden "tolerancia.^{en} el consumo). Si $\alpha > 0$, existe durabilidad en el consumo de bienes, en el sentido que mayor consumo en el período $t - 1$ aumenta la utilidad en t. La restricción presupuestaria intertemporal viene dada por:

   $$\sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t c_t = (1+r)(b_0 + \frac{y}{r})$$

   En este contexto:

   I. Encuentre las formas reducidas para c_t^0, $t = 0, 1, ...$
   II. Encuentre la forma reducida de c_t^1, $t = 0, 1, ...$ Verifique que la senda óptima de consumo elegida para $t = 1$ es consistente en el tiempo.

b) *Consumo futuro rinde utilidad*
Las preferencias de los agentes están dadas por:

$$U_0(c_0, c_1, ...) \quad = \quad \log(c_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t [\log(c_t) + \log(c_{t+1})]$$

En este caso el consumidor obtiene utilidad no sólo del consumo actual, si no que también del consumo del próximo período. Asuma $\delta(1 + r) = 1$

   I. Encuentre las formas reducidas de c_t^0, $t = 0, 1, ...$
   II. Encuentre las formas reducidas para c_t^1, $t = 0, 1, ...$ Asuma por simplicidad, que $b_0 = 0$. Muestre que la senda óptima de consumo elegida en $t = 1$ no es consistente en el tiempo. Explique intuitivamente la fuente de esta inconsistencia.

3. **Un modelo simplificado de la teoría q.** Suponga que una firma enfrenta un tasa de interés de $1 + r$ y tiene una función de producción dada por $Y_t = A_t F(K_t)$, donde A es un parámetro de productividad, tomamos L como fijo. La función objetivo de la firma es maximizar el valor presente descontado de sus utilidades. Sin embargo, la firma enfrenta costos de ajuste al cambiar su stock de capital. Específicamente, la empresa debe pagar $\chi I^2/2$ en costos de ajuste en cualquier período donde invierte (o desinvierte) a una tasa I $(-I)$. Por lo tanto la firma maximiza:

$$\sum_{s=t}^{\infty} (1 + r)^{-(s-t)} [A_s F(K_s) - I_s - \chi I_s^2/2]$$

sujeto a la ecuación de acumulación de capital usual:

$$K_{t+1} = K_t + I_t$$

Denote por q_t al multiplicador lagrangeano para la ecuación de acumulación de capital en el período t, es así que las condiciones de primer orden para la maximización de beneficios de la firma vienen de resolver:

$$\text{máx}_{I,K} \sum_{s=t}^{\infty} (1 + r)^{-(s-t)} [A_s F(K_s) - I_s - \chi I_s^2/2 - q_s(K_{s+1} - K_s - I_s)]$$

a) Derive la función objetivo de la firma, con respecto a I_s y K_s para encontrar las CPO.

b) Muestre que las CPO's implican el siguiente sistema en q y K

$$\begin{aligned} K_{t+1} - K_t &= \frac{q_t - 1}{\chi} \\ q_{t+1} - q_t &= r q_t - A_{t+1} F'(K_t + \frac{q_t - 1}{\chi}) \end{aligned}$$

c) Asuma que el parámetro de productividad es constante A, dibuje el diagrama de fase para el sistema con q está en el eje vertical y K aparece en el eje horizontal. Encuentre el estado estacionario. ¿Depende de los costos de ajuste?

d) Usando su gráfico, muestre que sucede cuando ocurre una aumento sorpresivo de A a A'. Muestre el nuevo estado estacionario y la transición al nuevo equilibrio.

e) Ahora suponga que que el sistema está inicialmente en equilibrio correspondiente al parámetro de productividad A, pero la firma aprende (por sorpresa) en la fecha t que A aumentará permanentemente a A' en alguna fecha futura T. Muestre, usando su gráfico q, K que sucede en el período t y en adelante.