DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE

EDUARDO ENGEL[1]

Primera versión: Agosto 1998
Esta versión: Agosto 1999

[1]Apuntes preparados para el curso IN71A: Economía y Políticas Públicas I del Magíster en Gestión y Políticas Públicas. Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. El autor agradece a Andrés Hernando y Ricardo Cordero por haber transcrito las notas de clase a un procesador de texto.

1 Motivación

Los gobiernos frecuentemente toman decisiones bajo condiciones de incertidumbre, tal como lo ilustran los siguientes ejemplos:

- El presupuesto de la nación depende de los ingresos fiscales. Estos son inciertos pues:
  - No se conoce cuál será la recaudación tributaria.
  - No se sabe cuál será el precio de los recursos naturales primarios que directa o indirectamente son la principal fuente de ingresos del fisco (v.g., petróleo, cobre, café, etc.).
- Se inicia un gran proyecto de infraestructura (v.g., un puente), el cual involucra grandes desembolsos durante los próximos 5 años:
  - ¿Estarán disponibles los fondos en cada año?
  - Ej.: Crisis de la deuda y obras de infraestructura que quedaron a medio hacer.
- Caso de las ambulancias de la Posta Central: ¿Con qué criterio decidir si se envía una ambulancia a una emergencia?
- El gobierno peruano y la toma de la embajada japonesa en 1997: ¿cuál era el mejor momento para intentar el rescate de los rehenes?

Las personas frecuentemente también toman decisiones bajo incertidumbre. Los siguientes ejemplos mencionan tanto la decisión que se debe tomar como la fuente de incertidumbre.

- Al comprar un televisor se le ofrece comprar una garantía que dura 3 en lugar de un año.
  - ¿Se echará a perder el televisor entre el primer y el tercer año?
- La persona considera endeudarse para comprar una casa:
  - ¿Quedará cesante en un futuro cercano?
- Se le ofrece comprar una casa con pago en cuotas fijas en dólares:
  - ¿Habrá una devaluación?
- Decisiones de inversión: ¿Seguirá cayendo la bolsa?

Los productores tambien toman una serie de decisiones bajo incertidumbre:

- Una compañía decide realizar exploraciones petroleras:
  - ¿Encontrará petróleo?
- Una firma decide invertir en Investigación y Desarrollo de nuevos productos (I & D):
  - ¿Desarrollará nuevos productos?
  - Y de ser así, ¿cuál será la disposición a pagar de los consumidores por estos nuevos productos?

- Un agricultor decide plantar una cierta semilla:
  - ¿Cuánto cosechará? ¿Cuán lluvioso será el invierno?
  - ¿Cuál será el precio de venta al llevar su producción al mercado?

2 Describiendo el Riesgo

2.1 Probabilidad

Frecuencia con que un evento suele ocurrir:

- De 100 exploraciones petroleras bajo condiciones "similares", 25 resultan exitosas. Entonces:

$$\text{Prob}\{\text{Exito}\} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 25\%$$

- Si no hay eventos "similares" se usan probabilidades subjetivas:
  - Pueden diferir entre individuos.
  - ¿Cuál es la probabilidad que Chile haya firmado un TLC con EE.UU. (o haya ingresado al NAFTA) antes del año 2002?
  - ¿Cuál es la probabilidad que Ricardo Lagos sea elegido Presidente de Chile a fines de este año?
  - ¿Cuál es la probabilidad que Eduardo Frei sea elegido Presidente de Chile el 2005?

2.2 Valor Esperado

El *valor esperado* de una cantidad incierta se define como el promedio ponderado de los distintos valores que puede tomar la variable en cuestión.

Ejemplo 2.1 *Precio promedio del cobre en el año 2000 (Centavos US$/lb):*

Precio:	*70*	*80*	*90*
Prob.:	*0,20*	*0,50*	*0,30*

Entonces el precio esperado es:

$$\text{E}[precio] = 0,20 \times 70 + 0,50 \times 80 + 0,30 \times 90 = 81$$

Ejemplo 2.2 *Se lanza una moneda honesta (*$\text{Prob}\{cara\} = \text{Prob}\{sello\} = 1/2$*):*

- *Si sale cara: gano \$100.*
- *Si sale sello: pierdo \$50.*

Entonces:

$$\mathrm{E}[Ganancia] = 0,5 \times 100 + 0,5 \times (-50) = \$25,$$

donde cabe notar que el escenario con pérdida se contabiliza con signo negativo. ∎

En general, si hay dos escenarios posibles y los pagos correspondientes son:

- x con probabilidad p,
- y con probabilidad q,

entonces, el valor esperado del pago, antes de conocer su valor, será:

$$\mathrm{E}[\mathrm{Pago}] = p \times x + q \times y.$$

Nótese que en este caso, necesariamente $p + q = 1$, por lo cual $q = 1 - p$.

En general, si hay tres escenarios posibles:

Pago	x_1	x_2	x_3
Prob.	p_1	p_2	p_3

Entonces se tendrá que el pago esperado será:

$$\mathrm{E}[\mathrm{Pago}] = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3.$$

Además, necesariamente tenedremos que $p_1 + p_2 + p_3 = 1$.

2.3 Variabilidad

Ilustramos el concepto de *variabilidad* de una cantidad incierta mediante el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2.3 *Usted debe elegir entre dos trabajos de vendedor durante sus vacaciones:*

- *El primer trabajo paga en base a comisiones.*
- *El segundo trabajo tiene un salario fijo.*
- *Ambos trabajos tienen el mismo pago esperado: \$500.000.*
- *En el caso del primer trabajo es igualmente probable que las cosas vayan bien (en cuyo caso recibe \$800.000) o mal (en cuyo caso recibe \$200.000).*
- *En el caso del segundo trabajo Ud. recibe \$500.000 a todo evento.*

El siguiente cuadro resume la situación en el caso con incertidumbre:

	Ing. bajo	*Ing. alto*	*Valor Esperado*
Probabilidad	*0,5*	*0,5*	
Salario (miles \$)	*200*	*800*	*500*
Desviación Absoluta	*300*	*300*	*300*
Desviación^2	*90.000*	*90.000*	*90.000*

Los salarios esperados son los mismos en ambos casos, sin embargo la variabilidad es mayor en el primer caso (en el segundo caso no hay variabilidad).

Con objeto de medir el riesgo *evaluamos las posibles desviaciones del salario promedio (sin considerar los signos).*

- *Comisión: Desviación Absoluta Media: 300.*
- *Salario: Desviación Absoluta Media: 0.*

El trabajo a comisión es, por lo tanto, mucho más riesgoso. ∎

En la práctica, la *variabilidad* de una cantidad incierta se mide mediante una de las siguientes 2 medidas:

Varianza: valor esperado de la desviación al cuadrado.

Desviación Estándar: raíz cuadrada de la varianza.

Es decir, la varianza es el promedio ponderado de las desviaciones (con respecto al valor esperado).

En el ejemplo:

Trabajo	Varianza	Desv. Standard
Comisión	90.000	300
Salario	0	

Los conceptos recién vistos son la varianza y la desviación standard *teóricas*, la varianza y desviación standard *muestrales* (vistas en los cursos de estadística) corresponden a estimaciones de estos valores teóricos.

En el ejemplo anterior tenemos que el trabajo asalariado es menos riesgoso que aquél con comisiones. Como los sueldos esperados son los mismos, la mayoría de la gente preferirá el trabajo asalariado. Como veremos más adelante, una persona *adversa al riesgo* preferirá el trabajo con ingreso seguro; sin embargo un individuo *amante del riesgo*[2] preferirá el trabajo con ingreso incierto. Aun cuando la mayoría de las personas es adversa al riesgo, no hay nada fundamentalmente errado en ser amante del riesgo, es cuestión de gustos.

La siguación es distinta si en el ejemplo anterior reducimos el ingreso en el caso sin incertidumbre de \$500.000 a \$200.000. Ahora tendremos que todo el mundo preferirá (o debiera preferir) el trabajo con incertidumbre, ya que la mitad de las veces recibirá más ingreso que en el trabajo sin incertidumbre y la mitad restante de las veces recibirá el mismo ingreso. A diferencia del caso anterio, hay algo fundamentalmente errado si un individuo prefiere la situación con ingreso seguro.

Una situación más compleja es cuando la situación con ingreso incierto tiene un mayor ingreso esperado que aquella con ingreso seguro y, al mismo tiempo, hay escenarios en que el trabajo con ingreso seguro reporta ingresos mayores que aquel con ingreso incierto. Esta situación se da si en el ejemplo anterior modificamos el ingreso en el trabajo sin incertidumbre a \$400.000.

En muchas situaciones debemos elegir entre un escenario con bajo riesgo y retorno esperado menor, y otro con retorno esperado más alto pero riesgo mayor.

[2]Este tipo de individuos típicamente vive en una ciudad con un casino cercano, v.g., Valparaíso.

Este ejemplo muestra que conocer el retorno esperado asociado a diversos escenarios que involucran incertidumbre no basta para saber cuál será elegido. *No es cierto que se elija siempre la alternativa con mayor retorno esperado* y, a la inversa, la demanda por activos riesgosos se explica porque estos tienen retornos esperados superiores a aquellas de activos sin riesgo.

Ejemplo 2.4 *Considere los siguientes tres juegos en que se lanza una moneda honesta y hay pagos asociados a los posibles resultados (cara o sello):*

	CARA	*SELLO*	*GANANCIA ESPERADA*
1	*Gana $10.000*	*Pierde $100*	*$4.950*
2	*Gana $20.000*	*Pierde $10.000*	*$5.000*
3	*Gana $200.000*	*Pierde $100.000*	*$50.000*

La fracción de personas que acepta jugar 1 es mayor (típicamente todo el curso) que la que acepta jugar 2 (algo menos que la mitad del curso), la cual a su vez es mayor que aquella dispuesta a jugar 3 (nadie). Luego, este ejemplo ilustra que al momento de decidir si uno se involucra en una situación incierta, uno no *basa su decisión exclusivamente en el retorno esperado.* ∎

Ejemplo 2.5 (La Paradoja de San Petersburgo) *En 1713 Nicolas Bernoulli planteó el problema de calcular el "precio justo" que debiera pagarse por jugar el siguiente juego. lkjSe lanza una moneda honesta hasta que sale cara. El pago depende del lanzamiento en que sale cara por primera vez, de acuerdo a la siguiente tabla:*

Lanzamiento primera cara	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	...
Pago (miles $)	*1*	*2*	*4*	*8*	*16*	*32*	*64*	*128*	...

El pago esperada es igual a:

$$\begin{aligned} \text{E[Pago]} &= \left(\frac{1}{2}\times 1\right)+\left(\frac{1}{4}\times 2\right)+\left(\frac{1}{8}\times 4\right)+\left(\frac{1}{16}\times 8\right)+\left(\frac{1}{32}\times 16\right)+\left(\frac{1}{64}\times 32\right)+... \\ &= \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+... \\ &= \text{Unasumainfinita}, \end{aligned}$$

a pesar de que nadie está dispuesto a pagar más de $10.000 por el derecho a jugar este juego.

El año 1738 Daniel Bernoulli, primo de Nicolás, propuso una solución a esta paradoja, la cual fue publicada en una revista científica de la ciudad de San Petersburgo (de allí el nombre de la paradoja). Esta solución contiene la semilla de la teoría de utilidad esperada que veremos en la próxima sección. ∎

Las medidas de variabilidad anteriores dependen de las unidades utilizadas (pesos vs. U.F. vs. dólares). Una medida que no tiene este problema es el *coeficiente de variación*, definido como:

$$\text{CV} = \frac{\text{DESV. STANDARD}}{\text{MEDIA}} = \frac{\sigma}{\mu}.$$

Si las unidades cambian, σ y μ cambian en la misma proporción y el coeficiente de variación no cambia.

3 Maximización de Utilidad Esperada

En esta sección veremos el principal paradigma para comprender la toma de decisiones bajo incertidumbre, el cual se remonta a los trabajos de von Neumann y Morgenstern (1944) y Savage (1954).

Para fijar ideas, consideramos un individuo que enfrenta opciones de trabajo que le reportarán un ingreso que es incierto. Hacemos una serie de supuestos para simplificar el análisis:

- El individuo conoce las probabilidades de eventos inciertos que pueden afectar su ingreso.
- Los beneficios para los consumidores se miden en unidades de utilidad "satis" en lugar de unidades monetarias (pesos).

Las tres gráficas de la Figura 1 muestran tres tipos de relación *cualitativa* posibles entre ingresos y utilidad. El eje x muestra el ingreso, en miles de pesos; el eje y la utilidad correspondiente (medida en "satis"). En las tres figuras se tiene que un ingreso mensual de 300 mil pesos da una utilidad de 180 satis.

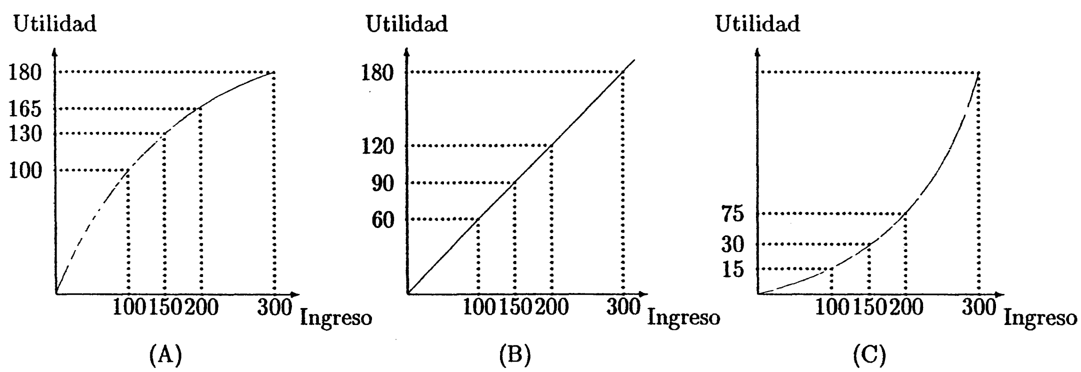

Figura 1: Tipos de relación entre utilidad e ingreso

La principal diferencia entre las tres gráficas es la siguiente:

- En la gráfica (A) la utilidad marginal decrece con el ingreso: la utilidad adicional que reporta un incremento de $1.000 es menor a medida que crece el ingreso.
- En el caso (B) la utilidad marginal no depende de ingreso, es siempre la misma (constante).
- En el caso (C) la utilidad marginal crece con el ingreso.

La *hipótesis de maximización de la utilidad esperada* dice que al elegir entre diversas alternativas en situaciones de incertidumbre las personas eligen aquella que maximiza su utilidad esperada.

Ejemplo 3.1 *Un individuo debe elegir entre recibir un salario fijo mensual de $150.000 (situación I) y recibir ya sea un salario de $300.000 o de $100.000, donde ambos escenarios tienen la probabilidad 0,5. La situación con ingreso incierto es la número II.*

Si la utilidad del individuo corresponde a aquella de la gráfica (A), se tiene que:

- *Situación I: Utilidad esperada* $= \mathcal{U}(150) = 130$.
- *Situación II: Utilidad esperada* $= 0,5 \times \mathcal{U}(100) + 0,5 \times \mathcal{U}(180) = 0,5 \times 100 + 0,5 \times 180 = 140$.

Como $140 > 130$ *el individuo acepta el trabajo con ingreso incierto.*

En cambio, si el ingreso en la situación I aumenta a $200.000, el individuo prefiere este escenario al de ingreso incierto. ∎

Una persona que prefiere un trabajo con un ingreso seguro a un trabajo riesgoso con el mismo ingreso esperado se dice *adversa al riesgo*. Este individuo tendrá una utilidad marginal decreciente (ver gráfica (A) en la Figura 1).

Una persona es *neutra al riesgo* si le da lo mismo entre:

- Ganar una suma fija.
- Ganar una suma incierta cuyo valor esperado es igual a la suma fija.

Ejemplo 3.2 *El individuo debe elegir entre los siguientes trabajos:*

I.: Gana $200.000 con certeza.

II.: Gana ya sea $300.000 o $100.000, ambos con probabilidad 0,5.

Una persona adversa al riesgo prefiere I. En cambio, un individuo neutro al riesgo es indiferente entre I y II ya que en ambos casos su ingreso esperado es $200.000. ∎

La utilidad marginal de un individuo neutro al riesgo es constante (ver gráfica (B) en la Figura 1).

Un individuo es *amante del riesgo* si entre un ingreso fijo y un ingreso incierto con valor esperado igual al ingreso fijo prefiere el ingreso incierto. La utilidad marginal de un individuo amante del riesgo es creciente (ver gráfica (C) en la Figura 1).

La inmensa mayoría de las personas son adversas al riesgo (para saber si Ud. es como la mayoría, vea su respuesta a la pregunta 1 del test). Sin embargo, hay ciertas situaciones en que las personas parecieran comportarse como si fueran amantes del riesgo (v.g., juegos de azar).

Tal como la hemos presentado, la hipótesis de maximización de utilidad esperada es eso: una hipótesis a ser confirmada con evidencia empírica. Sin embargo, Savage (1954) mostró que si nuestra toma de decisiones bajo incertidumbre cumple ciertas propiedades básicas (axiomas) entonces actuamos "como si" maximizáramos una utilidad esperada. En este sentido, la teoría no sólo es positiva sino también normativa.

4 Premio por Riesgo

El *premio por riesgo* es la suma de dinero que una persona adversa al riesgo está dispuesta a pagar para evitar enfrentar tomar una decisión bajo incertidumbre.

Para ilustrar la definición anterior, volvemos a la gráfica (A) de la Figura 1. Deseamos calcular el premio por riesgo de un individuo con esta función de utilidad cuando enfrenta un ingreso que puede ser ya sea de $100.000 o $300.000, ambos con probabilidad 0,5.

- Como se vio en su oportunidad, la utilidad esperada del individuo en esta situación es de 140.

- El ingreso esperado del individuo es de \$200.000.
- El ingreso sin riesgo que le reporta al individuo la misma utilidad que el escenario incierto es de \$160.000.
- Luego el individuo está dispuesto a sacrificar, en promedio, \$40.000 con objeto de evitar la situación con ingreso incierto. Los \$40.000 corresponden a la diferencia entre el ingreso esperado (\$200.000) y el ingreso cierto (seguro) que le reporta la misma utilidad que la situación incierta (\$160.000). Este es el *premio por riesgo.*

El premio por riesgo depende de los siguientes factores:

1. Características personales.
2. Ingreso del individuo: a mayor ingreso, el premio por riesgo para una misma situación generalmente es menor.
3. Magnitud del riesgo: mientras más incertidumbre, mayor será el premio por riesgo.

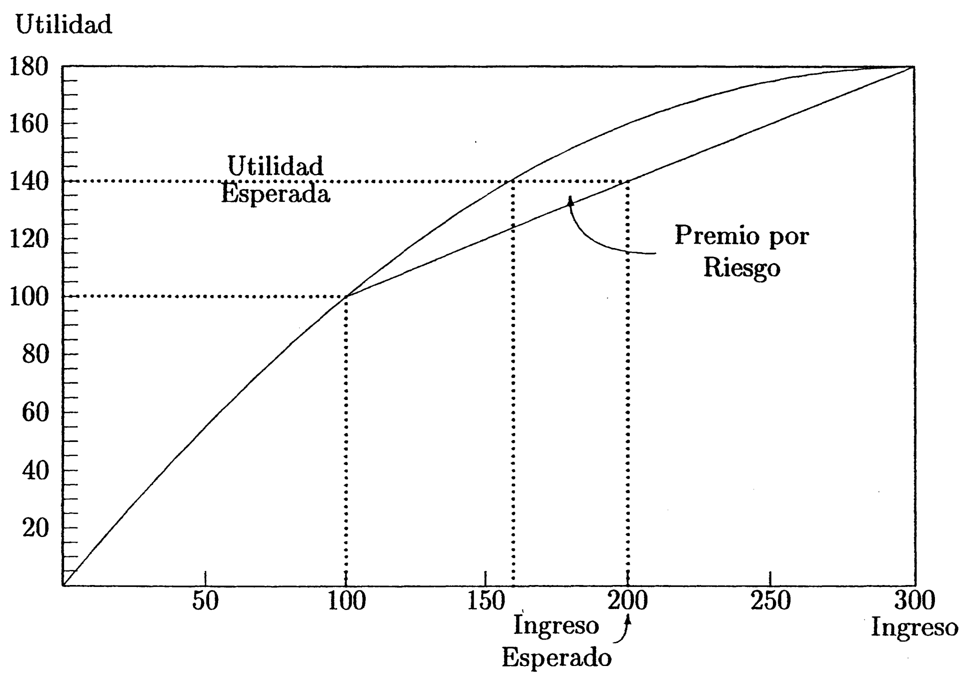

Figura 2: Determinando el premio por riesgo

Ejemplo 4.1 *Consideramos la Figura 2 y suponemos que* $\mathcal{U}(400) = 200$ *y que se trata de un trabajo que paga 400 U.M. con probabilidad 0,5 y nada (0 U.M.) también con probabilidad 0,5. Luego el ingreso esperado será de 200, la utilidad esperada de 100 y como* $\mathcal{U}(100) = 100$ *se tiene que el premio por riesgo es de 100 U.M.*

Si comparamos con la situación anterior, en que el ingreso ya sea era 300 o 100 U.M., es evidente que el riesgo que enfrenta el individuo ha aumentado (la desviación standard ha crecido de 100 a 200) por lo cual, tal como era de esperar, el premio por riesgo también ha aumentado. ∎

La siguiente expresión es una aproximación útil para calcular la fracción del ingreso esperado que un individuo está dispuesto a sacrificar con objeto de evitar una situación incierta:

$$\text{COSTO DEL RIESGO} \equiv \frac{\text{PREMIO AL RIESGO}}{\text{INGRESO ESPERADO}} \simeq \frac{1}{2} R \times \text{CV}^2, \tag{1}$$

dónde:

- El signo $\equiv$ indica que se trata de una definición mientras que $\simeq$ denota una aproximación.
- R denota el coeficiente de aversión al riesgo, el cual mide cuán adverso al riesgo es un individuo[3]. Este coeficiente
  - es algo "personal"
  - mide la curvatura de la función de utilidad
  - en general es menor cuando el ingreso es mayor
- CV denota el coeficiente de variación del ingreso.

Con objeto de que el lector obtenga una estimación de su coeficiente de aversión al riesgo, le contamos que es posible mostrar que la pregunta 5 del test esta diseñada para este objetivo. Si H y L denotan el ingreso alto y bajo (ambos tienen probabilidad 0,5) y X el ingreso cierto equivalente del individuo, es decir, el ingreso seguro que lo deja indiferente frente a la situación con ingreso incierto, entonces:

$$R \cong \frac{4(H+L)}{(H-L)^2}\left[\frac{H+L}{2} - X.\right]$$

En el caso particular de la pregunta 5 del test, donde $H = 450$ y $L = 150$, la fórmula anterior se simplifica a

$$R = 8 - \frac{2}{75}X.$$

Los coeficientes de aversión al riesgo para individuos se estiman mediante dos metodologías:

1. Ejercicios del tipo considerado en el test (aunque en versiones más complicadas).
2. Evidencia del mundo real en que las personas toman decisiones bajo incertidumbre y "revelan" su aversión al riesgo. Por ejemplo, estimaciones de diferenciales de salarios para individuos con calificaciones similares y trabajos similares que sólo difieren en la incertidumbre de sus ingresos.

La literatura sobre estimaciones del coeficiente de aversión al riesgo muestra que valores típicos de este coeficiente oscilan entre 0,5 y 3.

[3] En estricto rigor se trata del coeficiente de aversión *relativa* al riesgo.

5 Aplicaciones

5.1 Compra de una Garantía

EL televisor que Ud. desea comprar viene con una garantía por un año. Al momento de comprar un televisor, el vendedor le ofrece una garantía por el segundo año, a un precio de $40.000.

Suponemos que si el televisor se echa a perder, el costo de arreglarlo es de $120.000. Para decidir si le conviene comprar la garantía o no, usted quisiera conocer cuál es la probabilidad de que el televisor se eche a perder durante el segundo año de uso. Esta información no es fácil de obtener (debido a asimetrías de información, cuestión que estudiaremos en la próxima sección del curso). En particular, el vendedor del televisor no tiene incentivos para revelarle esta probabilidad.

Para fijar ideas suponemos que la probabilidad anterior es de 1/3. Entonces:

$$\begin{aligned} &\text{E[Retorno con Garantía]} = -40, \\ &\text{E[Retorno sin Garantía]} = -p \times 120 + (1-p) \times 0 = -40. \end{aligned}$$

Luego, si Ud. es neutro al riesgo estará indiferente entre comprar la garantía y no comprarla. En cambio, si es adverso al riesgo, le conviene comprarla.

5.2 Disuadiendo el Crimen

Esta aplicación se remonta al trabajo pionero de Gary Becker (1968), quien ganara el Premio Nobel de Economía. Para fijar ideas, consideramos el caso de multas por estacionarse donde no se debe, aunque este tipo de análisis se aplica a una variada gama de faltas y transgresiones de la ley (v.g., evasión de impuestos, delincuencia).

- Deseamos estudiar cómo las multas pueden disuadir cierto tipos de infracciones. Nos interesa el caso en que una municipalidad desea evitar que la gente se estacione en lugares donde está prohibido.
- El tiempo que un automovilista se ahorra estacionando en un lugar prohibido vale para éste $900.
- Para empezar, suponemos que los automovilistas son neutros al riesgo.
- Si además suponemos que los automovilistas son "pillados" cada vez que se estacionan en un lugar prohibido, entonces una multa de $1.000 basta para evitar este tipo de infracción.
- La política anterior supone un monitoreo muy costoso por parte de la municipalidad, en caso contrario no es realista suponer que cada infractor será descubierto.
- Una política con una multa alta (v.g., $10.000) combinada con una probilidad baja de ser "pillado" (p=0,10) puede ser igual de efectiva y al mismo tiempo mucho más barata para la municipalidad. Siguiendo con el supuesto de neutralidad al riesgo se tiene que su eficiencia será la misma pues:

$$\text{Utilidad esperada de estacionarse} = \text{Beneficio Esperado} - \text{Costo Esperado}$$

$$
\begin{aligned}
&= \text{Beneficio Esperado} - 0.1 \times 10.000 \\
&= \text{Beneficio} - 1000 \\
&= -100,
\end{aligned}
$$

cantidad que es menor que el beneficio esperado de no estacionarse (el cual hemos supuesto implícitamente es igual a cero). Concluimos entonces que un individuo neutro al riesgo elegirá no cometer la infracción en cuestión.

- Si los automovilistas son adversos al riesgo, la multa y la probabilidad de ser descubierto se pueden reducir en cierta medida, sin que esto cambie la conclusión según la cual los individuos no se estacionarán en lugares prohibidos.

5.3 El Costo de la Incertidumbre para Países

Medidas como el Producto Interno Bruto (PIB) per cápita son utilizadas con frecuencia para resumir en un índice el bienestar material de los habitantes de un país. Algunas limitaciones de esta medida de bienestar son bien conocidas, tales como el hecho que ignora la distribución del ingreso. Sin embargo, una limitación adicional del PIB per cápita como medida de bienestar se sigue de la materia vista en estos apuntes. En efecto, medidas como el PIB per cápita tampoco capturan el costo que puede tener para el bienestar de las personas las *fluctuaciones* del ingreso. Un PIB per cápita de 5.000 dólares durante cada uno de los años de una década conlleva mayor bienestar que un PIB que oscila entre 3.000 y 7.000 dólares durante los años de una década, con un promedio de 5.000 dólares. A continuación cuantificamos esta idea, considerando dos casos.

5.3.1 Caso 1

- Toda la incertidumbre en el ingreso del país tiene su origen en fluctuaciones del precio de exportaciones.
- Las exportaciones corresponden al 20% del producto.
- El coeficiente de variación del precio de las exportaciones es 0,4, los niveles de producción no varían.
- Entonces:
$$\mathrm{CV}_{\mathrm{PIB}} = \frac{\mathrm{EXP}}{\mathrm{PIB}} \times \mathrm{CV}_{\text{Precio Exp}} = 0,08.$$
- Luego:
$$
\begin{aligned}
\text{Costo del Riesgo} &\simeq \frac{1}{2} R \times \mathrm{CV}^2_{\mathrm{PIB}}, \\
&= 1\% \text{ del PIB},
\end{aligned}
$$
donde hemos usado un valor de $R = 3$.
- Es decir, un país de América Latina "típico" está dispuesto a disminuir en un 1% su PIB con objeto de evitar fluctuaciones del ingreso.

5.3.2 Caso 2

El coeficiente de variación del PIB per cápita típicamente es del orden de 0.08, de modo que, usando nuevamente $R = 3$, se tiene que:

$$\text{Costo del Riesgo} \simeq \frac{1}{2}R \times \text{CV}^2_{\text{PIB}} \simeq 1\% \ \text{ del PIB.}$$

El análisis en los dos casos considerados tiene las siguientes limitaciones:

- Sobreestima el verdadero costo del riesgo, pues no considera la posibilidad de ahorrar.
- Subestima el verdadero costo del riesgo, pues no incluye los efectos macroeconómivos que puede tener la inestabilidad:
  - no considera efecto inercia (*ratchet* effect) asociado al "síndrome holandés".
  - no considera cómo se distribuyen los ajustes entre distintos sectores de la población.

5.4 Uso del Cinturón de Seguridad

¿Por qué una fracción importante de la población no usa el cinturón de seguridad? ¿Es esta observación consistente con la hipótesis de maximización de utilidad esperada?

Para responder la pregunta anterior, hacemos un análisis de los costos y beneficios esperados de usar el cinturón de seguridad[4].

- COSTOS DE USARLO:
  - Incomodidad.
  - Falta de "hombría".
- BENEFICIOS DE USARLO:
  - Probabilidad de morir en accidente grave se reduce a la mitad.
  - No se paga multa en caso de ser fiscalizado.
- Pareciera bastante obvio que loss BENEFICIOS son mucho mayores que los COSTOS.
- Evidencia para Santiago de Chile:
  - 30% de los automovilistas no usa cinturón.
  - Los conductores usan el cinturón mucho más que quienes les acompañan en la parte delantera del automóvil
  - Los jóvenes usan más el cinturón que los mayores

[4]Esta aplicación resume las principales conclusiones del trabajo de A. Bustos y E. Engel, "Por la razón o la fuerza del hábito: Uso del cinturón de seguridad en Chile".

- Una posible explicación de la evidencia anterior es que la "formación de hábito" juega un rol imoportante en explicar si un individuo usa el cinturón de seguridad o no. Quienes aprenden a manejar en cursos formales, donde es obligatorio ponerse el cinturón antes de conducir pues en caso contrario no se enciende el motor, adquieren el hábito desde un comienzo. Esto explica por qué los conductores usan más el cinturón que los acompañantes, pues una fracción de los acompañantes no sabe conducir, por lo cual no tiene adquirió el hábito de ponerse el cinturón. . También explica por qué los mayores usan menos el cinturón, ya que una fracción mucho mayor de jóvenes aprendió a manejar en cursos formales.

6 Reducción del Riesgo

En la mayoría de las situaciones los individuos son adversos al riesgo, por lo cual quisieran reducir los niveles de riesgo a que están expuestos. A continuación describimos tres maneras utilizadas frecuentemente para reducir el riesgo.

6.1 Diversificación

Ilustramos esta alternariva mediante el caso de un agricultor que puede elegir entre tres opciones:

1. Cultivar sólo frambuesas.
2. Cultivar sólo kiwis.
3. Dedicar la mitad de su tierra a frambuesas y la otra mitad a kiwis.

Suponemos que la única fuente de incertidumbre es el precio al que podrá vender cada uno de los cultivos.

La siguiente tabla muestra los ingresos del agricultor en diversos escenarios, donde P_F denota el precio de las frambuesas y P_K el precio de los kiwis:

	P_F alto	P_F bajo	P_K alto	P_K bajo
Sólo Frambuesas	1000	500	—	—
Sólo Kiwis	—	—	1000	500
Ambos	500	250	500	250

Las cuatro combinaciones de precios posibles tienen todas la misma probabilidad de ocurrir: 1/4.

Dependiendo de la opción que elija, la utilidad esperada del agricultor será:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}(\text{Sólo frambuesas}) &= \frac{1}{2}\mathcal{U}(1000) + \frac{1}{2}\mathcal{U}(500) \\
\mathcal{U}(\text{Sólo kiwis}) &= \frac{1}{2}\mathcal{U}(1000) + \frac{1}{2}\mathcal{U}(500) \\
\mathcal{U}(\text{Ambos}) &= \frac{1}{4}\mathcal{U}(1000) + \frac{1}{2}\mathcal{U}(750) + \frac{1}{4}\mathcal{U}(500).
\end{aligned}$$

El ingreso esperado del agricultor es el mismo en los tres escenarios considerados. En cambio, la utilidad esperada de cultivar sólo frambuesas (o sólo kiwis) será menor que la utilidad de cultivar ambas variedades si y sólo si

$$\frac{1}{2}\mathcal{U}(500) + \frac{1}{2}\mathcal{U}(1000) < \mathcal{U}(750).$$

Es fácil ver que la relación anterior se cumple con igualdad cuando el agricultor es neutro al riesgo, por lo cual la desigualdad anterior se cumplirá para cualquier agricultor adverso al riesgo (ver la Figura 3).

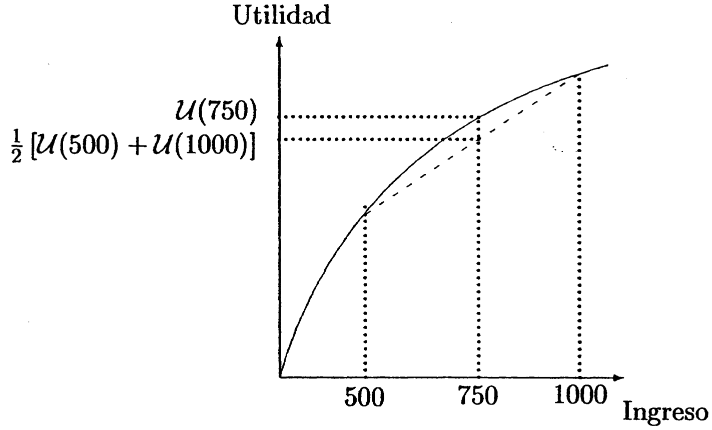

Figura 3: Diversificación

Concluimos que para un agricultor adverso al riesgo (utilidad marginal decreciente), la utilidad esperada será mayor cuando diversifique los cultivos. Este es el principio de “no poner todos los huevos en la misma canasta”.

6.2 Seguros

Los individuos frecuentemente compran seguros para protegerse de ciertos riesgos. El siguiente ejemplo ilustra cómo se determine el precio de tales seguros.

- Su casa vale 1000 U.M.
- Ud. es adverso al riesgo.
- La probabilidad de que se queme su casa es 0,1. En tal caso el valor residual de la casa es 200 U.M.
- Ingreso esperado: $0,1 \times 200 + 0,9 \times 1000 = 920$ U.M..

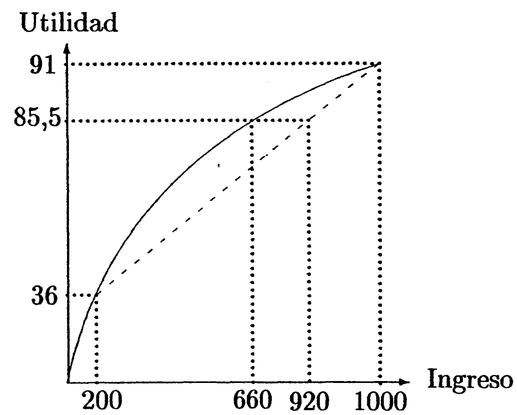

Figura 4: Seguros

- Mirando la Figura 4 vemos que:

  Utilidad esperada *sin* seguro: $0,1 \times \mathcal{U}(200) + 0,9 \times \mathcal{U}(1000) = 85,5 = \mathcal{U}(660)$.

  Luego el individuo está dispuesto a pagar hasta 340 U.M. por un seguro que le garantice la utilidad correspondiente a 1000 U.M.:

  $\mathcal{U}(1000 - 340)$ = Utilidad esperada *sin* seguro.

- La compañía de seguros asegura un gran número de casas (digamos 10000). Por la Ley de los Grandes Números, en la medida que los riesgos sean independientes, el número de casas que se incendiará será muy cercano a 1000. Luego, suponiendo que el mercado de seguros es competitivo, tendremos que el seguro costará:

$$\begin{aligned}\text{Costo del seguro} &= \text{Costo esperado por casa} + \text{Costo de administración} + \text{Utilidades}\\ &= 80 + \text{Costo de administración} + 0,\end{aligned}$$

  donde hemos supuesto que, por tratarse de un mercado competitivo, las utilidades económicas serán nulas.

  El precio del seguro derivado en la expresión anterior frecuentemente estará muy por debajo del premio por riesgo que está dispuesto el dueño de la casa, de modo que la venta de seguros resultará en un significativo excedente para los consumidores.

- Cabe notar finalmente que si todos los individuos fueran neutros al riesgo (o amantes del riesgo), el precio competitivo de un seguro no sería atractivo para los consumidores, por lo cual no se desarrollaría un mercado de seguros. Sólo con individuos adversos al riesgo es posible el desarrollo de un mercado de seguros.

6.3 El valor de la Información

A veces es útil reducir el riesgo que se enfrenta adquiriendo, a un cierto costo, más información. El siguiente ejemplo ilustra esta idea.

- El gobierno debe decidir el tamaño de una central hidroeléctrica que está planeando construir.
- Hay dos tamaños posibles: grande y mediano.
- Si el desarrollo de la región correspondiente es rápido, conviene el tamaño grande. En caso contrario es mejor constuir la central de tamaño mediano.
- Ambos escenarios de crecimiento son igualmente probables. El siguiente cuadro muestra los beneficios sociales en cada escenario de crecimiento:

	Crec. Rápido	Crec. Lento	Beneficio Esperado
Central Grande	100.000	20.000	60.000
Central Mediana	20.000	40.000	30.000

- Si el gobierno supiera cuál será el escenario de crecimiento podría tomar la decisión correcta:
  - Crec. Rápido $\Rightarrow$ central grande $\Rightarrow$ Beneficio = 100.000.
  - Crec. Lento $\Rightarrow$ central mediana $\Rightarrow$ Beneficio = 40.000.
- Luego podemos calcular cuánto vale para el gobierno saber anticipadamente cuál será el escenario de crecimiento:
  - Beneficio esperado con información completa: 70.000.
  - Beneficio esperado con incertidumbre: 60.000.
  - Valor de la información: 10.000.
- Aún cuando en la práctica estudios adicionales no despejarán la incógnita por completo, si estos estudios logran mejorar la predicción de los escenarios de crecimiento pueden justificarse.