

Auxiliar #8 - IN702 Primavera 2008

Profesor : Felipe Balmaceda
Auxiliares : Jorge Catepillán, Jorge Vásquez

Problema 1 Considere un juego con la siguiente matriz de pagos

	A	B
A	$0, 0$	$1, x_2$
B	$x_1, 1$	$0, 0$

El valor de x_i es observable solo para el jugador i ($i = 1, 2$). Suponga que x_1, x_2 son independientes, y están distribuídas uniformemente en $[-1, 1]$

1. Muestre que no existe un equilibrio bayesiano donde alguno de los jugadores juegue siempre B .
2. Muestre que el siguiente par de estrategias es un equilibrio bayesiano, (s_1, s_2) con $s_1(x_1) = A$ y

$$s_2(x_2) = \begin{cases} A & \text{si } x_2 \leq 0 \\ B & \sim \end{cases}$$

3. Encuentre al menos otro equilibrio Bayesiano.

Problema 2 Considere un duopolio de Cournot que opera en un mercado cuya demanda inversa es $P(Q) = a - Q$, donde $Q = q_1 + q_2$ es la cantidad agregada que las empresas ofrecen en el mercado. Ambas empresas tienen costos totales $c_i(q_i) = cq_i$, pero la demanda es incierta: es alta ($a = a_H$) con probabilidad p y baja ($a = a_L$) con probabilidad $1 - p$. Obviamente $a_H > a_L > 0$. Además la información es asimétrica. La empresa 1 conoce si la demanda es alta o baja antes de decidir cuánto producir, pero la empresa 2 no lo sabe. Todo lo anterior es conocimiento común. Las dos empresas eligen cantidades simultáneamente. Suponga que a_H, a_L, q_i y p son tales que las cantidades de equilibrio son positivas. Encuentre el equilibrio bayesiano del juego

Problema 3 Considere un remate a primer precio sobre cerrado entre dos competidores con valoraciones privadas e independientes por el bien en cuestión. Antes de esta subasta, cada competidor $i = 1, 2$ observa una la realización de una variable aleatoria (independiente de la del otro jugador) distribuída uniformemente en $[0, 1]$. Así, la valoración del agente i por el bien será $v_i = t_i + 0,5$, $i = 1, 2$. Entonces, si el jugador i decide apostar una cantidad $b_i \geq 0$, su utilidad será

$$u_i(b_1, b_2, v_1, v_2) = \begin{cases} t_i + 0,5 - b_i & \text{si } b_i \geq b_{-i} \\ 0 & \text{si } b_i < b_{-i} \\ \frac{t_i + 0,5 - b_i}{2} & \text{si } b_i = b_{-i} \end{cases}$$

$i = 1, 2$. Encuentre un equilibrio en el cual cada jugador usa una estrategia de la forma $b_i = \alpha t_i + \beta$. En este equilibrio, ¿Cuál es el pago esperado del jugador i condicional en su tipo t_i ?

Problema 4 Consideremos el siguiente duopolio de Bertrand con información asimétrica y productos diferenciados. La demanda que se dirige a la empresa i es $q_i(p_i, p_j) = a - p_i - b_i p_j$. Los costos son cero para ambas empresas.

La sensibilidad de la demanda de la empresa i al precio de la empresa j es alta o baja. Es decir, b_i es b_H con probabilidad θ , y es baja b_L con $1 - \theta$, independiente de b_j . Cada empresa conoce su propio b_i , pero no el de su competidora. Todo esto es información del dominio público.

1. ¿Cuáles son los espacios de acciones, tipos, conjeturas y funciones de utilidad de este juego?
2. ¿Cuáles son los espacios de estrategias?
3. ¿Qué condiciones defines un equilibrio bayesiano de Nash simétrico con estrategias puras de este juego?
4. Encuentre el equilibrio dicho en la parte anterior.