# Modelos de participación de mercado

**IN58B**
**Ingeniería de Marketing**

**Nicolás Fritis**
**Manuel Reyes**
**Mauricio Ramírez**

# Introducción

- ¿Por qué modelos de **Participación de Mercado** (PM)?

Se busca modelos en que puedan introducirse factores competitivos de las marcas presentes en el mercado y puedan aislarse los efectos externos (por ejemplo, ciclos económicos).

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

# Modelos de participación de mercado

## Modelos estocásticos agregados

# Modelos estocásticos

- Estos modelos están muy asociados a lo que vimos como modelos estocásticos de compra del consumidor.
- Buscamos modelos que describan adecuadamente el comportamiento agregado de los consumidores.
- Vimos un modelo respecto a los instantes de compra de los consumidores (Modelo de incidencia de compra). Ahora el foco corresponde al estudio de las participaciones de mercado.

# Definiciones preliminares$_{(1)}$

- **Datos de Panel:** Seguimiento de las marcas compradas por una muestra identificable de consumidores.

| Datos Panel | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 |
|---|---|---|---|---|---|
| C001 | A | A | A | B | A |
| C002 | A | C | B | A | B |
| C003 | A | B | B | B | A |

- **Matrices de intercambio de marcas (Brand Switch):** Registros derivado de datos de panel que indican como los consumidores cambian de marcas de un periodo a otro.

| Compras | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | Total |
| T | | | | |
| To | | | | |

| Conjunta | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | Total |
| T | | | | |
| To | | | | |

| Condicional | | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | Total |
| T | A | 0.675 | 0.232 | 0.094 | 1.000 |
| | B | 0.177 | 0.772 | 0.052 | 1.000 |
| | C | 0.282 | 0.128 | 0.590 | 1.000 |

# Definiciones preliminares$_{(2)}$

- Se definen:

$$\left.\begin{aligned} P(i \mid j) &= \mathrm{P}(\text{comprar } i \text{ en } t+1 \mid \text{compra } j \text{ en } t) \\ P(i, j) &= \mathrm{P}(\text{comprar } j \text{ en } t \text{ y comprar } i \text{ en } t+1) \\ P(j) &= \mathrm{P}(\text{comprar } j \text{ en } t+1) \end{aligned}\right\} \mathrm{P}(i \mid j) = \frac{\mathrm{P}(i, j)}{\mathrm{P}(j)}$$

- Notar que:

$$\sum_i \mathrm{P}(i \mid j) = 1 \qquad \text{(ley probabilidad)}$$

$$\sum_j \mathrm{P}(i, j) = \mathrm{P}(i) = m_i \quad \text{(market share)}$$

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

# Modelo Ehremberg (Orden 0)

- Basado en observaciones empíricas, Ehremberg postuló que:

$$\mathrm{P}(i,j) = k \cdot m_i \cdot m_j$$

- Con esto:

$$\mathrm{P}(i,i) = m_i - k \cdot m_i (1 - m_i)$$

La lealtad depende sólo de la participación de mercado

$$\mathrm{P}(i \mid j) = \begin{cases} k \cdot m_i & i \neq j \\ 1 - k(1 - m_i) & i = j \end{cases}$$

La compra actual no depende de la compra anterior

# Calibración

- Para la calibración del modelo requerimos:
  - Participaciones de mercado del último periodo ($m_i$)
  - Probabilidad de compra repetitiva para cada marca ($\mathrm{P}(i,i)$).

$$k = \frac{1 - \sum_i \mathrm{P}(i,i)}{1 - \sum_i m_i^2}$$

- El valor de k indica algunas características del mercado:
  - Mercado maduro $k \approx 0.5$
  - Mercado de lealtad $k << 1$

# Uso de gestión

- La capacidad predictiva es bastante baja (un modelo de orden cero asume implícitamente cierta estabilidad en el mercado).
- La aplicación más directa corresponde a la validación de los supuestos por medio de la comparación de las matrices de Brand Switch reales y teóricas:
  - Los consumidores compran como en un modelo de atracción.
  - Los consumidores son de orden 0 (no importa que compraron en el pasado).

# Ejemplo$_{(1)}$

| Compras | | T+1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | Total | mi |
| T | A | 137 | 47 | 19 | 203 | 0.396 |
| | B | 41 | 179 | 12 | 232 | 0.452 |
| | C | 22 | 10 | 46 | 78 | 0.152 |
| Total | | 200 | 236 | 77 | 513 | 1.000 |

| Conjunta (real) | | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | Total |
| T | A | 0.267 | 0.092 | 0.037 | 0.396 |
| | B | 0.080 | 0.349 | 0.023 | 0.452 |
| | C | 0.043 | 0.019 | 0.090 | 0.152 |
| Total | | 0.390 | 0.460 | 0.150 | 1.000 |

$$k = \frac{1-(0.267+0.349+0.090)}{1-(0.396^2+0.452^2+0.152^2)}$$
$$= 0.478$$

# Ejemplo$_{(2)}$

| Conjunta (real) | | T+1 A | B | C | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| T | A | 0.267 | 0.092 | 0.037 | 0.396 |
| | B | 0.080 | 0.349 | 0.023 | 0.452 |
| | C | 0.043 | 0.019 | 0.090 | 0.152 |
| Total | | 0.390 | 0.460 | 0.150 | 1.000 |

| Conjunta (teórica) | | T+1 A | B | C | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| T | A | 0.281 | 0.086 | 0.029 | 0.396 |
| | B | 0.086 | 0.334 | 0.033 | 0.452 |
| | C | 0.029 | 0.033 | 0.090 | 0.152 |
| Total | | 0.396 | 0.452 | 0.152 | 1.000 |

$$\Leftarrow \begin{cases} P(i,j) = k \cdot m_i \cdot m_j \\ P(i,i) = m_i - k \cdot m_i (1 - m_i) \end{cases}$$

## Ejemplo$_{(3)}$

| Condicional (real) | | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | Total |
| T | A | 0.675 | 0.232 | 0.094 | 1.000 |
| | B | 0.177 | 0.772 | 0.052 | 1.000 |
| | C | 0.282 | 0.128 | 0.590 | 1.000 |

| Condicional (teórica) | | T+1 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | Total |
| T | A | 0.711 | 0.216 | 0.073 | 1.000 |
| | B | 0.189 | 0.738 | 0.073 | 1.000 |
| | C | 0.189 | 0.216 | 0.595 | 1.000 |

$$\Leftarrow \left\{ P(i \mid j) = \begin{cases} k \cdot m_i & i \neq j \\ 1 - k(1 - m_i) & i = j \end{cases} \right.$$

# Modelo Markoviano$_{(1)}$

- **Supuesto:** La probabilidad de comprar una determinada marca depende sólo de la marca comprada en el periodo anterior.
- Sea $Y_t$ la marca elegida en el periodo t. Luego los supuestos se reducen a:

$$\mathrm{P}\{Y_t = k \mid Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots, Y_0\} = \mathrm{P}\{Y_t = k \mid Y_{t-1}\}$$ Propiedad markoviana

$$\mathrm{P}\{Y_t = k \mid Y_{t-1}\} = \mathrm{P}\{Y_{t+n} = k \mid Y_{t+n-1}\}$$ Incrementos estacionarios

# Modelo Markoviano$_{(2)}$

- Sea una matriz de probabilidad $P=\{p_{ij}\}_{ij}$, donde $p_{ij}$ es la probabilidad que un consumidor compre $j$ dado que en el periodo actual compró $i$.

$$0 \leq p_{ij} \leq 1$$

$$\Sigma_i \, p_{ij} = 1$$

# Modelo Markoviano$_{(3)}$

- Sea $m_{it}$ la probabilidad de comprar la marca $i$ en el periodo $t$. Entonces:

$$m_{it} = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} m_{jt-1} \qquad i = 1 \ldots n$$

$$m_{i\infty}: \quad m_{\infty} = m_{\infty} \cdot \mathrm{P} \quad \sum_{i} m_{i\infty} = 1$$

# Modelo Markoviano$_{(4)}$

- Ejemplo:
  - Con $m_{A,t-1} = m_{B,t-1} = 0.5$

| | | t | |
|---|---|---|---|
| | | A | B |
| t-1 | A | 0.7 | 0.3 |
| | B | 0.5 | 0.5 |

$$m_{A,t} = m_{A,t-1} * p_{AA} + m_{B,t-1} * p_{BA}$$
$$m_{A,t} = (0.5)(0.7) + (0.5)(0.5) = 0.6$$
$$m_{B,t} = 1 - m_{A,t} = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$m_{A,t+1} = m_{A,t} * p_{AA} + m_{B,t} * p_{BA} = (0.6)(0.7) + (0.4)(0.5) = 0.62$$
$$m_{A,infinito} = 0.625$$

# Modelo de aprendizaje

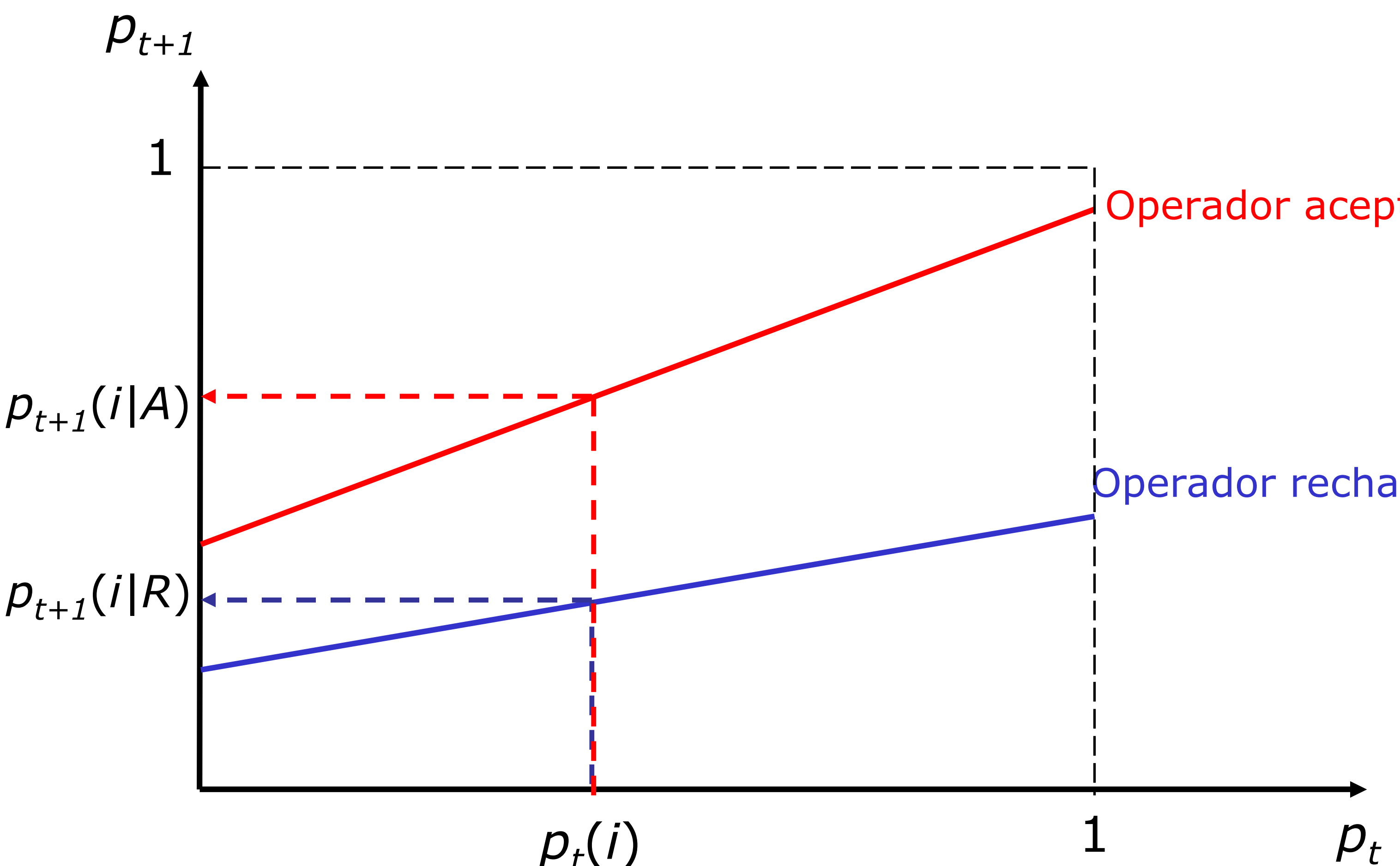
- **Supuesto:** La compra de la marca aumenta la probabilidad de repetirla mientras que la no compra la disminuye.
- Modelo básico con 2 marcas. Sea $p_t$ la probabilidad de comprar la marca de interés en el periodo $t$. El modelo:

$$p_t = \begin{cases} \alpha_1 + \lambda_1 p_{t\text{-}1} & \text{si se elije marca en t} \\ \alpha_2 + \lambda_2 p_{t\text{-}1} & \sim \end{cases}$$

Operador aceptación

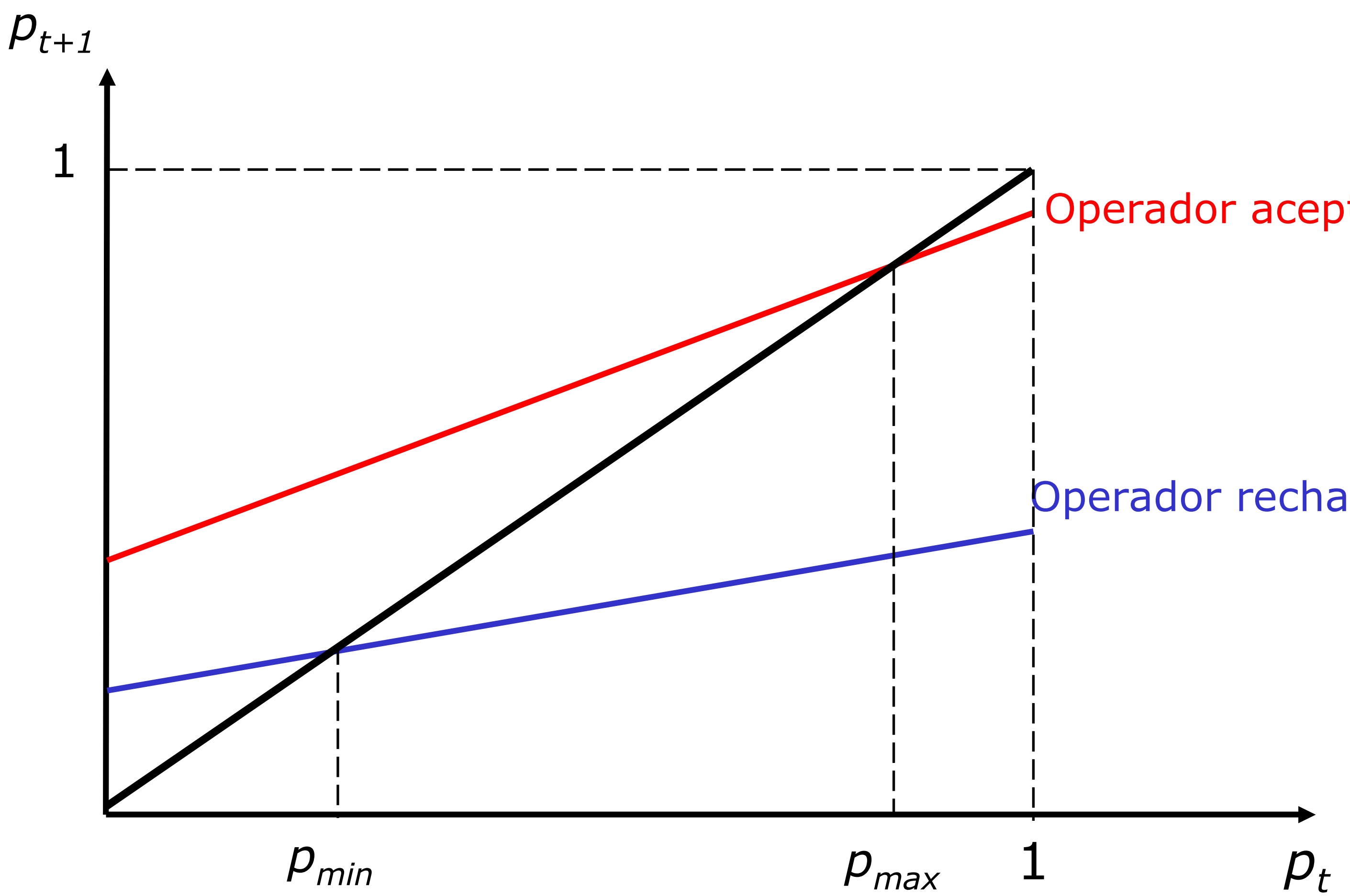
Operador rechazo

# Gráficamente$_{(1)}$




¿Qué ocurre si no compra nunca el producto?
¿Qué ocurre si compra siempre el producto?

# Gráficamente$_{(2)}$




¿Cómo interpretar los parámetros del modelo?

# Modelos de participación de mercado

## Modelos basados en la competencia

# Definiciones básicas

- La definición del mercado y del conjunto de marcas a considerar dependerán del contexto:
  - Ej: mercados de las zapatillas o de las zapatillas para deporte o de las zapatillas para jugar fútbol o…
- Consideremos.
  - Participación de mercado (market share) de la marca $i$ ($s_i$).
  - Ventas del producto $i$, típicamente medidas en unidades ($Q_i$).
  - Ventas totales de los productos del mercado ($Q$).
  - Número de marcas en el mercado ($m$).

$$s_i = \frac{Q_i}{Q} = \frac{Q_i}{\sum_{j=1}^{m} Q_j}$$

# Enfoque de esfuerzos de marketing$_{(1)}$

- **Premisa básica:** la participación de mercado de una marca i es proporcional a su esfuerzo de marketing $M_i$ (Kotler, 1984):

$$s_i = k \cdot M_i \qquad \sum_i s_i = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sum_i M_i}$$

- **Teorema fundamental de la participación de mercado:** "La participación de mercado de cada marca es proporcional a su porción total del esfuerzo de marketing".

$$s_i = \frac{M_i}{\sum_i M_i}$$

# Enfoque de esfuerzos de marketing$_{(2)}$

- Los esfuerzos son independientes de los resultados. Podemos introducir un coeficiente de efectividad por marca $\alpha_i$:

$$s_i = \frac{\alpha_i M_i}{\sum_j \alpha_j M_j}$$

- Hasta ahora no hemos dicho mucho: necesitamos explicitar que queremos decir con *esfuerzo de marketing*. Según Kotler, es función del marketing mix actual y previo.

$$M_i = f\left(\text{precio}_i, \text{publicidad}_i, \text{ditribucion}_i, \ldots\right)$$

# Esfuerzos de marketing

- Se han propuesto varias formas funcionales. Consideremos:
  - Precio del producto de la marca $i$, $P_i$.
  - Gasto en publicidad de la marca $i$, $A_i$.
  - Esfuerzo en distribución de la marca $i$ (por ejemplo, número de tiendas), $D_i$.

$$M_i = \exp\left(pP_i + aA_i + dD_i + \ldots\right)$$

$$M_i = P_i^p A_i^a D_i^d \ldots$$

- La primera forma corresponde a la versión más simple del **MNL** (multinomial logit), mientras que la segunda corresponde a **MCI** (multiplicative, competitive-interaction).

# Esfuerzos de marketing (Ejp)

$$M_i = P_i^p A_i^a D_i^d \ldots$$

| Ejemplo numérico del Teorema Fundamental de Kotler | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Empresa | Coef Efect | Precio | Publicidad | Distribución | Esf Mktg | Esf Mktg pond | Market Share |
| 1 | 0,9 | $ 10,5 | $ 80.000 | $ 54.000 | $ 77.558 | $ 69.802 | 28,7% |
| 2 | 1,2 | $ 11,3 | $ 90.000 | $ 48.000 | $ 66.374 | $ 79.649 | 32,7% |
| 3 | 1 | $ 9,8 | $ 70.000 | $ 65.000 | $ 94.012 | $ 94.012 | 38,6% |
| | | *-1,8* | *0,6* | *0,8* | $ 237.944 | $ 243.463 | 100,0% |
| | | *parametros* | | | | | |

Aumento del Market Share en la empresa 2

| Ejemplo Numérico - El efecto de bajar el precio | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Empresa | Coef Efect | Precio | Publicidad | Distribución | Esf Mktg | Esf Mktg pond | Market Share |
| 1 | 0,9 | $ 10,5 | $ 80.000 | $ 54.000 | $ 77.558 | $ 69.802 | 26,5% |
| 2 | 1,2 | $ 10,0 | $ 90.000 | $ 48.000 | $ 82.706 | $ 99.248 | 37,7% |
| 3 | 1 | $ 9,8 | $ 70.000 | $ 65.000 | $ 94.012 | $ 94.012 | 35,7% |
| | | *-1,8* | *0,6* | *0,8* | $ 254.276 | $ 263.062 | 100,00% |
| | | *parametros* | | | | | |

# Enfoque de atracción de marcas

- **Premisa básica:** El único determinante al momento de realizar la compra es la atracción que ejerce la marca sobre los consumidores (Bell, Kenney y Little 1975):
- La atracción que ejerce una marca $i$ ($A_i$) debe cumplir con una serie de axiomas:

Ax1: $A_i \geq 0 \forall i \wedge \sum_i A_i > 0$

Ax2: $A_i = 0 \Rightarrow s_i = 0$

Ax3: $A_i = A_j \Rightarrow s_i = s_j$

Ax4: Si la atracción de una marca cambia, el market share de cualquier marca se ve afectado, independiente de cual sea esa marca.

$$s_i = \frac{A_i}{\sum_i A_i}$$

# Modelos de participación de mercado(1)

- Consideremos:
  - Valor de la variable explicativa $k$ de la marca $i$ ($x_{ki}$).
  - Parámetro de influencia constante de la marca $i$ ($\alpha_i$).
  - Parámetro a ser estimado ($\beta_k$).
  - Error ($\varepsilon_i$)

$$\left.\begin{array}{ll} \text{MCI:} & A_i = \exp(\alpha_i)\prod_k x_{ki}^{\beta_k}\varepsilon_i \\ \text{MNL:} & A_i = \exp\left(\alpha_i + \sum_k \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i\right) \end{array}\right\} \quad s_i = \frac{A_i}{\sum_i A_i}$$

# Modelos de participación de mercado$_{(2)}$

- Existen otros modelos de participación de mercado en que no importan los competidores:

$$s_i = \alpha_i + \sum_k \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \qquad \text{lineal}$$

$$s_i = \exp(\alpha_i) \prod_k x_{ki}^{\beta_k} \varepsilon_i \qquad \text{multiplicativo}$$

$$s_i = \exp\left(\alpha_i + \sum_k \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i\right) \qquad \text{exponencial}$$

- Naert & Bultez (1973), plantean 2 requerimientos de consistencia lógica que estos modelos no cumplen:
  - $s_i \geq 0$.
  - $\Sigma_i s_i = 1$.

# Calibración de parámetros

- La calibración de parámetros se puede hacer usando regresiones lineales para lo cual se deben linealizar (log-centering) las expresiones.

$$\text{MCI:} \quad \ln\left(\frac{s_i}{\overline{s}}\right) = \alpha_i^{\ *} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \ln\left(\frac{x_{ki}}{\overline{x}}\right) + \varepsilon_i^{\ *} \qquad \text{con} \qquad \alpha_i^* = \left(\alpha_i - \overline{\alpha}\right), \quad \varepsilon_i^* = \ln\left(\frac{\varepsilon_i}{\overline{\varepsilon}}\right)$$

$$\text{MNL:} \quad \ln\left(\frac{s_i}{\overline{s}}\right) = \alpha_i^{\ *} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \left(x_{ki} - \overline{x}\right) + \varepsilon_i^{\ *} \qquad \text{con} \qquad \alpha_i^* = \left(\alpha_i - \overline{\alpha}\right), \quad \varepsilon_i^* = \left(\varepsilon_i - \overline{\varepsilon}\right)$$

# Elasticidades de MS$_{(1)}$

- **Definición:** Corresponde al cambio relativo en la participación de mercado ante la variación en una variable del marketing mix.

$$e_{s_i} = \frac{\Delta s_i / s_i}{\Delta x_{ki} / x_{ki}} = \frac{\Delta s_i}{\Delta x_{ki}} \frac{x_{ki}}{s_i}$$

- En la práctica es muy difícil aislar los efectos para una medición empírica. Para encontrar una elasticidad debemos asumir un modelo, calibrarlo y calcular las elasticidades punto:

$$e_{s_i} = \frac{\partial s_i}{\partial x_{ki}} \frac{x_{ki}}{s_i}$$

# Elasticidades de $MS_{(2)}$

- Siguiendo este esquema podemos calcular elasticidades para cada uno de los modelos propuestos:

$$e_{s_i} = \left(\beta_k x_{ki}\right) / s_i \qquad \text{lineal}$$

$$e_{s_i} = \beta_k \qquad \text{multiplicativo}$$

$$e_{s_i} = \beta_k x_{ki} \qquad \text{exponencial}$$

$$e_{s_i} = \beta_k \left(1 - s_i\right) \qquad \text{MCI}$$

$$e_{s_i} = \beta_k \left(1 - s_i\right) x_{ki} \qquad \text{MNL}$$

# Propiedades elasticidad

- ¿Qué propiedades debiera cumplir una elasticidad de participación de mercado?

$$1.\ e_{Q_i x_j} = e_{Q x_j} + e_{s_i x_j}$$

$$2.\ \text{Si } s_i \text{ creciente en } x_j \Rightarrow \text{Lim}_{s_i \to 1} e_{s_i x_j} = 0$$ Se satura el mercado

$$3.\ \text{Si } s_i \text{ creciente en } x_j \Rightarrow \text{Lim}_{x \to \infty} e_{s_i x_j} = 0$$ Se satura el recurso

- Se puede demostrar que todos los modelos cumplen con propiedad 1, pero modelos lineal, multiplicativo y exponencial no satisfacen 2 y 3.

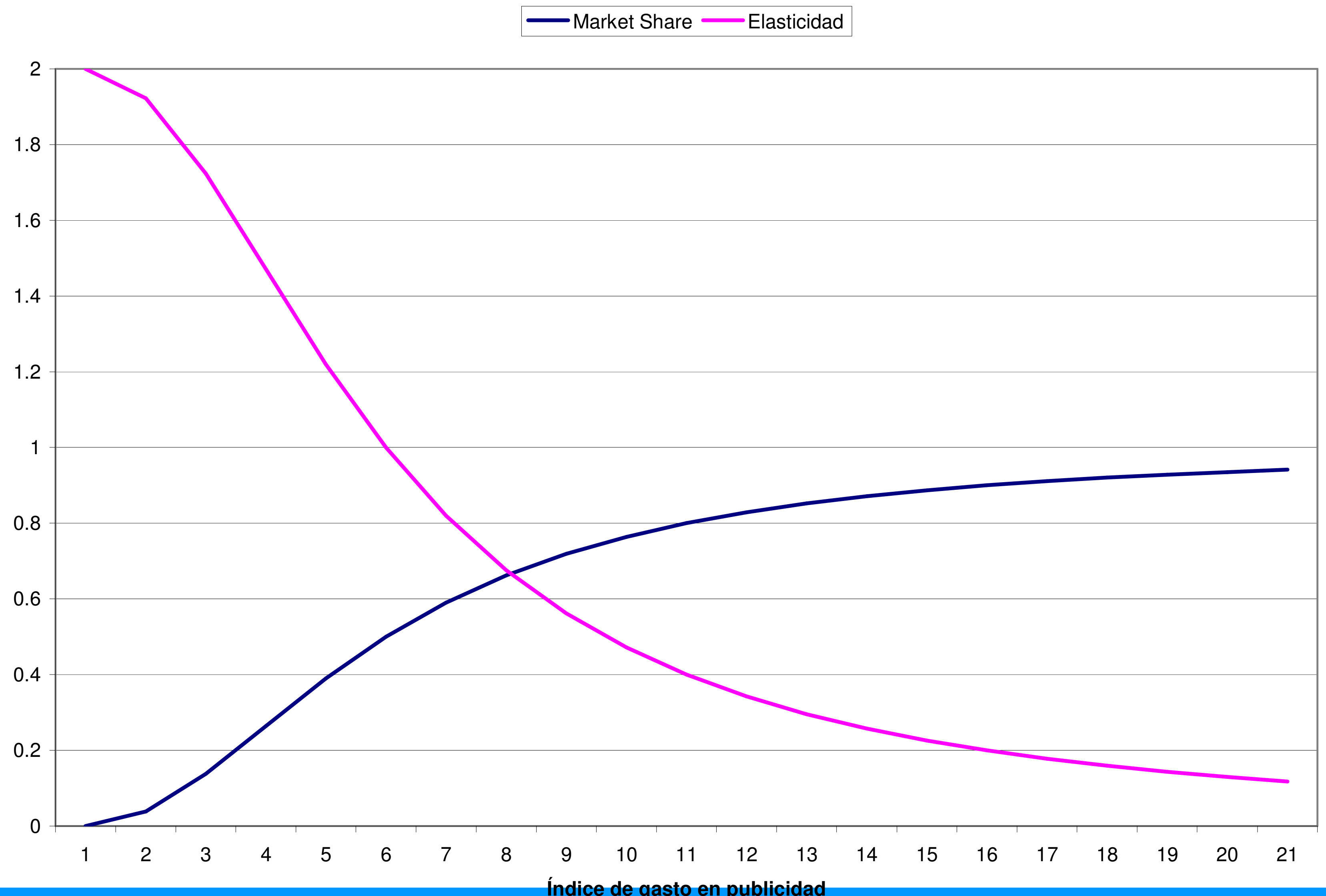
# MCI vs. MNL

- Hemos visto razones por las cuales preferir MNL o MCI frente a modelos lineales, multiplicativo o exponenciales. Pero, ¿Cuándo usar MCI y cuándo usar MNL?

- A pesar de ser conceptualmente muy distintos, si miramos numéricamente los resultados de las participaciones de mercado, los comportamientos son muy similares. Las diferencias aparecen al observar las elasticidades:

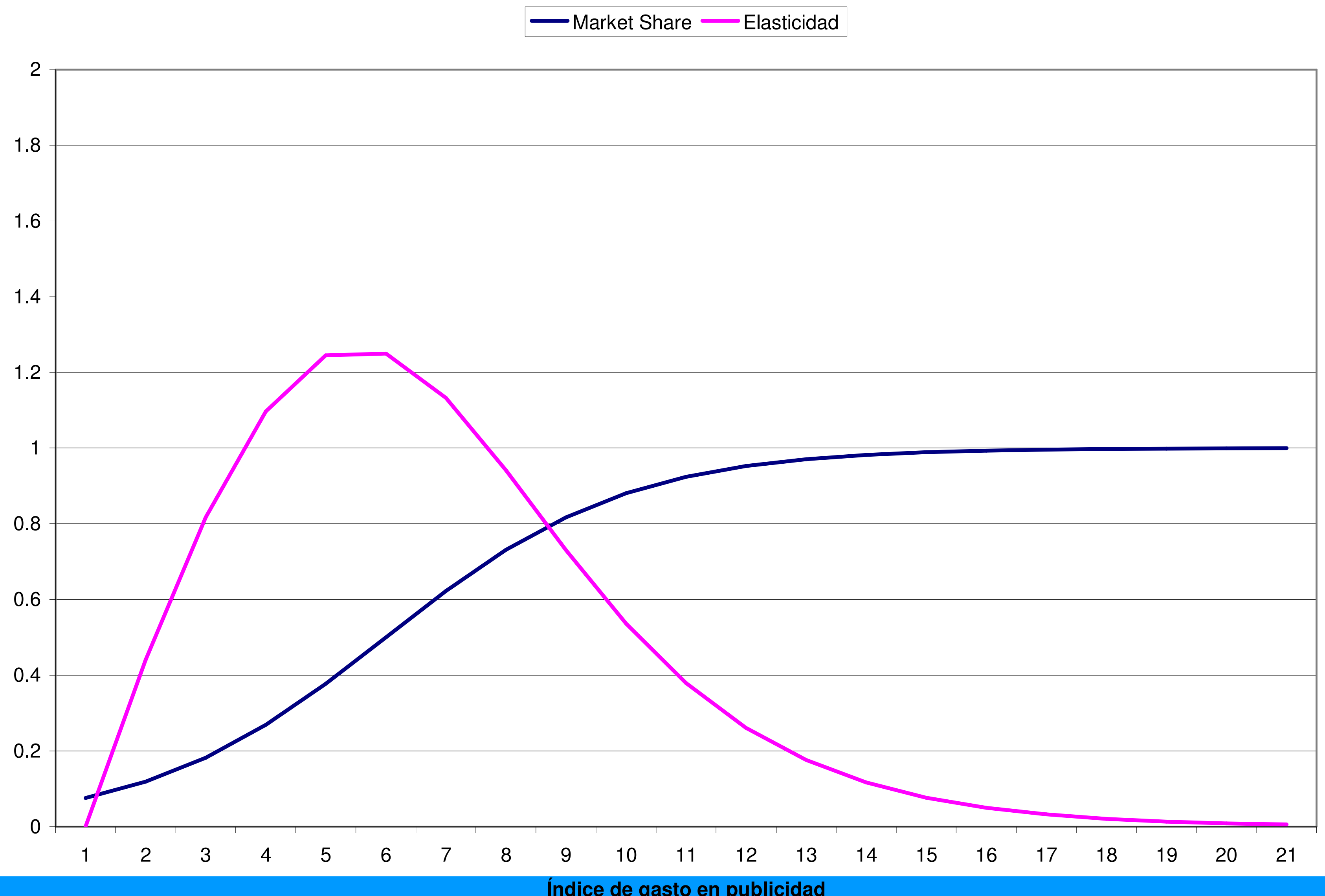
  - ¿Cómo debiera ser el comportamiento para valores bajos de la variable explicativa?
  - ¿depende del mercado o del atributo?

# MCI



Market Share
Elasticidad
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
Índice de gasto en publicidad

# MNL



Market Share
Elasticidad
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
Índice de gasto en publicidad

# Modelo general de atracción

- Podemos formular un modelo en que algunos efectos sean del tipo MCI y otros del tipo MNL.

$$\text{MGA: } A_i = \exp\left(\alpha_i + \varepsilon_i\right) \prod_{k=1}^{K} f_k\left(x_{ki}\right)^{\beta_k}$$

$$f_k(x) = \begin{cases} x & \text{MCI} \\ \exp(x) & \text{MNL} \end{cases}$$

# Extensiones$_{(1)}$

- El parámetro de efectividad $\alpha_i$ es propio de cada marca, pero independiente de las acciones especificas que tome.
- Una marca podría ser más efectiva en algunas variables del marketing mix.
- Podemos hacer que el parámetros $\beta$ dependa de la marca.

$$\text{MGA:} \quad A_i = \exp\left(\alpha_i + \varepsilon_i\right) \prod_{k=1}^{K} f_k\left(x_{ki}\right)^{\beta_{ki}}$$

# Extensiones$_{(2)}$

- Elasticidades cruzadas:

$$e_{s_i \cdot j} = \frac{\partial s_i / s_i}{\partial x_{kj} / x_{kj}} = \frac{\partial s_i}{\partial x_{ki}} \frac{x_{ki}}{s_i}$$

$$\left.\begin{array}{ll} e_{s_i \cdot j} = -\beta_{kj} s_j & \text{MCI} \\ e_{s_i \cdot j} = -\beta_{kj} x_k s_j & \text{MNL} \end{array}\right\}$$

Problema IIA!
(Revisar Axioma 4)

- Definimos un parámetro de competitividad cruzada de la variable $x_{kj}$ sobre la marca $i$ ($\beta_{kij}$).

$$\text{MGA:} \quad A_i = \exp\left(\alpha_i + \varepsilon_i\right) \prod_{k=1}^{K} f_k\left(x_{ki}\right)^{\beta_{kij}}$$

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

# Modelos de participación de mercado

**IN58B**

**Ingeniería de Marketing**

Nicolás Fritis
Manuel Reyes
Mauricio Ramírez