



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y  
MATEMÁTICAS  
Departamento de Ingeniería Industrial

Curso : IN56A-01  
Semestre : Primavera 2007  
Profesores: José Miguel Cruz  
Andrés Ketlun  
Auxiliares : Andrés Barrera.  
León Valdés.

1. Si Ud. Invirtió 5000 UF en un negocio y al cabo de 2 años recibió 5800 UF, puede determinar la rentabilidad anual simple del negocio?  
¿Puede expresar esta rentabilidad anual en composición anual y luego en composición semi-anual?
  
2. Patricia Oteíza, una chilena que trabaja en una subsidiaria de la empresa americana Macrohard, tiene 30 años de edad y su salario anual alcanzará a US \$20 mil (pagadero a finales de año). Patricia prevé que su salario anual crecerá a la tasa del 5% anual hasta la fecha de su jubilación, a los 60 años de edad.
  - a) Si la tasa de descuento es del 8% anual, ¿cuál es el valor presente de sus salarios futuros?
  - b) Si Patricia ahorra 5% de su salario cada año e invierte sus ahorros al 8% anual, ¿cuánto habrá ahorrado a la edad de 60 años?
  - c) Si, una vez jubilada, Patricia desea gastar sus ahorros en cantidades iguales en los 20 años venideros, ¿cuánto debería gastar cada año?
  
3. Considere la siguiente tabla de tasas con composición anual de intereses.

Plazo	Tasa
1 año	5,5%
1,5 años	5,8%
2 años	6,1%

Calcule las tasas forward de 6 meses en un año más y la tasa forward de 6 meses en 1,5 años más.

4. Ud. necesita pedir un crédito por \$100.000, para lo cual dispone de tres alternativas diferentes:
  - a) 12 cuotas mensuales iguales de \$8900 c/u.
  - b) Tasa de interés semestral de 6%, con un solo pago al final de 1 año (capitalización semestral de intereses).
  - c) Tasa de interés de un 10% anual, compuesta continuamente, con un sólo pago al final del primer año.

¿Cuál alternativa elegiría?

Nota: Su propia tasa para descontar proyectos es de un 1% mensual.

## Resumen

Ley de Fisher

$$i = \pi + r$$

Tasa simple

$$r_e = t \cdot r$$

Tasa compuesta

$$(1 + r_e) = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{ft}$$

Tasa Continua

$$(1 + r_e) = e^{rt}$$

Valor Presente

$$VP = \sum_{i=1}^T \frac{F_i}{(1 + r_i)^i}$$

Anualidad

$$VP = F \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{r(1 + r)^T} \right]$$

Perpetuidad

$$VP = \frac{F}{r}$$

Perpetuidad Creciente

$$VP = \frac{F}{r - g}$$

Solución

1.  
Tasa simple

$$5000(1 + 2r) = 5800$$

$$r = \frac{58}{100} - \frac{1}{2}$$

$$r = 8\%$$

Tasa anual compuesta anualmente

$$5000(1 + r)^2 = 5800$$

$$r = \left(\frac{58}{50}\right)^{0,5} - 1$$

$$r = 7,7\%$$

Tasa anual compuesta semi-anualmente

$$5000 \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2*2} = 5800$$

$$r = 2 \left( \left(\frac{58}{50}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right)$$

$$r = 7,56\%$$

2.

a) Usando la fórmula de anualidad con crecimiento

$$VP(\text{salarios}) = \frac{20000}{0.08 - 0.05} \left( 1 - \frac{1.05^{30}}{1.08^{30}} \right) = \text{US\$}380331$$

b)

$$VF(\text{ahorros}) = 0.05 * (20\ 000 \cdot 1.08^{29} + 20\ 000 * 1.05 * 1.08^{28} + 20\ 000 * 1.05^2 * 1.08^{27}$$

$$+ \dots + 20\ 000 * 1.05^{29})$$

$$= 0.05 * 1.08^{30} \left( \frac{20000}{1.08} + \frac{20000 * 1.05}{1.08^2} + \frac{20000 * 1.05^2}{1.08^3} + \dots + \frac{20000 * 1.05^{29}}{1.08^{30}} \right)$$

$$= 0.05 * 1.08^{30} * VP(\text{salarios})$$

$$= \text{US\$}191\ 357$$

c)

$$\frac{C}{0.08} \left( 1 - \frac{1}{1.08^{20}} \right) = 191357 \quad \Rightarrow C = \text{US\$}19\,490$$

3.

Por principio de arbitraje

$$(1 + r_{1\text{año}})(1 + f_{6\text{meses}})^{0,5} = (1 + r_{1,5\text{años}})^{1,5}$$

$$f = \left[ \frac{(1 + r_{1,5\text{años}})^{1,5}}{(1 + r_{1\text{año}})} \right]^2 - 1$$

$$f = 6,4\%$$

De la misma forma

$$(1 + r_{1,5\text{años}})^{1,5} (1 + f_{6\text{meses}})^{0,5} = (1 + r_{2\text{años}})^2$$

$$f = \left[ \frac{(1 + r_{1,5\text{años}})^{1,5}}{(1 + r_{1\text{año}})} \right]^2 - 1$$

$$f = 7\%$$

4.

a)

$$VP = \sum_{i=1}^{12} \frac{8900}{(1 + 0,01)^i} = 100170,19$$

b)

$$VP = \frac{100000(1 + 0,06)^2}{(1 + 0,01)^{12}} = 99713,80$$

c)

$$VP = \frac{10000 * e^{0,1*1}}{(1 + 0,01)^{12}} = 98078,31$$