INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

AUX 4 IN540

Pregunta 1.

Un analista está efectuando un estudio sobre el comportamiento de la variable económica Y , y ha llegado a la conclusión de que el modelo econométrico

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t$$

satisface las hipótesis del MLG con errores normales. El analista dispone de los siguientes 8 datos:

Y_t :	10	25	32	43	58	62	67	71
X_{2t} :	1	3	4	5	7	8	10	10
X_{3t} :	0	−1	0	1	−1	0	−1	2

Con estos datos calcula las matrices:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 8 & 48 & 0 \\ & 364 & 5 \\ & & 8 \end{pmatrix}; \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0.619 & -0.0823 & 0.0515 \\ & 0.0137 & -0.00858 \\ & & 0.1304 \end{pmatrix}.$$

a) Contraste la significatividad individual de β_1

b) Contraste la hipótesis nula $H0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$, cuando:

- La desviación típica de u_t es conocida e igual a 4.
- La desviación típica de u_t es desconocida.

Solución:

$$\widehat{\beta}=(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} 0.619 & -0.0823 & 0.0515 \\ -0.0823 & 0.0137 & -0.00858 \\ 0.0515 & -0.00858 & 0.1304 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 368 \\ 2710 \\ 35 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6.5615 \\ 6.5403 \\ 0.2642 \end{pmatrix}$$

$$\widehat{\sigma}^2=\frac{e'e}{T-K}=\frac{Y'Y-\widehat{\beta}'X'Y}{T-K}=\frac{20336-\begin{bmatrix} 6.56 & 6.54 & 0.26 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 368 \\ 2710 \\ 35 \end{pmatrix}}{5}=37.884$$

a) Contraste la significatividad individual de β_1.

$H_0:\beta_1=0; H_1:\beta_1\neq 0$

$t=\frac{6.565}{\sqrt{37.884*0.619}}=1.3557;\qquad t_{\frac{\alpha}{2},5}=2.571$

$R.A:\begin{pmatrix} -2.571 & 2.571 \end{pmatrix}$. No se rechaza hipótesis nula

b) Contraste la hipótesis nula $H_0:\beta_2=\beta_3=0$, cuando:

b1) La desviación típica de u_t es conocida e igual a 4.

$$R\widehat{\beta}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 6.5615 \\ 6.5403 \\ 0.2642 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6.5403 \\ .2642 \end{pmatrix}$$

$$R(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}R'=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 0.619 & -0.0823 & 0.0515 \\ -0.0823 & 0.0137 & -0.00858 \\ 0.0515 & -0.00858 & 0.1304 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} .0137 & -.00858 \\ -.00858 & .1304 \end{pmatrix}$$

$$\left(R(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}R'\right)^{-1}=\begin{pmatrix} .0137 & -.00858 \\ -.00858 & .1304 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 76.13 & 5.0092 \\ 5.0092 & 7.9983 \end{pmatrix}$$

$$\left(R\widehat{\beta}-r\right)'\left[\sigma^2R(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}R'\right]^{-1}\left(R\widehat{\beta}-r\right)=\frac{1}{\sigma^2}\begin{pmatrix} 6.5403 & .2642 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 76.13 & 5.0092 \\ 5.0092 & 7.9983 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6.5403 \\ .2642 \end{pmatrix}$$

$=\frac{3274.4}{16}=204.65$. Se rechaza H_0, puesto que $\chi^2_{2,0.05}=5.99$

b2) La desviación típica de u_t es desconocida.

$F=\frac{R^2}{1-R^2}\frac{t-k}{q}=\frac{.94442}{1-.94442}\frac{8-3}{2}=42.48$

$R^2=1-\frac{e'e}{y'y}=1-\frac{189.42}{3408}=.94442$

$\begin{matrix} 10 & 25 & 32 & 43 & 58 & 62 & 67 & 71 \end{matrix}$, $y'y=3408.0$

$\left(R\widehat{\beta}-r\right)'\left[\widehat{\sigma}^2R(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}R'\right]^{-1}\left(R\widehat{\beta}-r\right)/q=\frac{3274.4/2}{37.884}=43.216$

Se rechaza H_0, puesto que $F_{2,5,0.05}=5.79$