



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
UNIVERSIDAD DE CHILE

**Profesores:** Daniel Espinoza G.

**Semestre:** Otoño 2008

**Fecha:** 18 de Abril 2008

# IN47B Ingeniería de Operaciones

## Control N<sup>o</sup>1

### Problema 1 (33.3%)

1. Dado  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ , Demuestre que  $\min\{f(n), g(n)\} = O(f(n) + g(n))$ .  
**Respuesta:** Para eso basta darse cuenta que  $\min\{f(n), g(n)\} \leq f(n) + g(n)$  para todo  $n \in \mathbb{N}$
2. Explique brevemente por qué la frase “*El tiempo de ejecución del algoritmo A es a lo más  $o(n^2)$* ”, no tiene ningún sentido.  
**Respuesta:** Por definición, la notación  $f(n) = o(g(n))$  quiere decir que  $f$  nunca crece más rápido que  $g(n)$ , y en ningún caso eso es una cota superior en  $f$ .
3. Ordene en términos de crecimiento asintótico las siguientes funciones (i.e. use notación  $O(g)$ ).  $\frac{3^n}{2}$ ,  $n^3$ ,  $\log(n)^2$ ,  $\log(n!)$ ,  $2^{2^n}$ ,  $n^{1/\log(n)}$ ,  $\log(\log(n))$ ,  $n$ ,  $2^n$ ,  $n^{\log(\log(n))}$ ,  $\log(n)$ ,  $1$ ,  $2^{\log(n)}$ ,  $(\log(n))^{\log(n)}$ ,  $e^n$ ,  $4^{\log(n)}$ ,  $\sqrt{\log(n)}$ ,  $2^{\sqrt{2\log(n)}}$ .  
**Respuesta:** (asumimos que  $\log$  es el logaritmo en base 10, además usamos la formula de Stirling  $n! \approx \sqrt{2\pi}e^{n(\ln(n)-1)+1/2\ln(n)}$ ).  
 $1 = \Theta(n^{1/\log(n)})$ ,  $n^{1/\log(n)} = O(\log(\log(n)))$ ,  $\log(\log(n)) = O(\sqrt{\log(n)})$ ,  
 $\sqrt{\log(n)} = O(\log(n))$ ,  $\log(n) = O(\log(n)^2)$ ,  $\log(n)^2 = O(2^{\sqrt{2\log(n)}}$ ,  $\sqrt{2\log(n)} = O(2^{\log(n)})$ ,  $2^{\log(n)} = O(4^{\log(n)})$ ,  $4^{\log(n)} = O(n)$ ,  $n = O(n^3)$ ,  $n^3 = O(n^{\log(\log(n))})$ ,  
 $n^{\log(\log(n))} = \Theta(\log(n)^{\log(n)})$ ,  $\log(n)^{\log(n)} = O(\log(n!))$ ,  $\log(n!) = O((3/2)^n)$ ,  
 $(3/2)^n = O(2^n)$ ,  $2^n = O(e^n)$ ,  $e^n = O(2^{2^n})$ .
4. Describa, en no mas de 10 líneas, la diferencia entre las clases de problemas  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{NP}$ .  
**Respuesta:** Problemas en  $\mathcal{P}$  son aquellos para los cuales se conoce un algoritmo polinomial que los resuelve, mientras que para los problemas en

$\mathcal{NP}$  solo conocemos algoritmos que dado una instancia y un certificado, verifica en tiempo polinomial el certificado. Se cree que para los problemas  $\mathcal{NP}$ -completos no existen algoritmos polinomiales.

## Problema 2 (66.6%)

Un puerto petrolero en África carga crudo para el exterior. El puerto posee tres atracaderos de carga que pueden funcionar simultáneamente. El tiempo (en horas) entre llegadas de barcos es una uniforme  $U(4, 18)$ . Los barcos pueden ser de tres tipos, con frecuencias relativas dadas por:

Tipo	Frecuencia Relativa	Tiempo de carga (Hrs.)
1	0.25	$U(16, 20)$
2	0.25	$U(20, 28)$
3	0.50	$U(32, 40)$

El puerto tiene capacidad ilimitada para barcos en el puerto que no están cargando crudo. Una vez en puerto, los barcos entran a los atracaderos usando una política FIFO.

Cada barco debe usar un remolcador para entrar y salir del puerto, y el puerto posee sólo un remolcador. Los barcos forman una cola FIFO para entrar y otra cola FIFO para salir del puerto, y la operación de remolcar un barco entrante o saliente del puerto demora 1 hora independientemente del tipo de barco siendo remolcado. El remolcador demora 0.25 horas en cubrir la distancia entre el puerto y la zona de entrada/salida de puerto si va sin remolcar algún barco. Si el remolcador esta en la zona de entrada a puerto y hay barcos esperando, el remolcara el primer barco a puerto. Si el remolcador esta en puerto y hay barcos esperando salir de él, el remolcara el primer barco a la zona de entrada/salida. Si el remolcador esta en la zona de entrada/salida a puerto y no hay barcos esperando, volverá a puerto. Si el remolcador esta ocioso en puerto, y llega un barco para entrar a puerto, el viajará a la zona de entrada/salida para remolcarlo a puerto.

La situación se complica debido a que el puerto se encuentra en una zona de fuertes y recurrentes tormentas cuya duración en horas se comporta como una uniforme  $U(2, 6)$ . El tiempo entre tormentas se comporta como una exponencial con media 48 horas. Durante tormentas el remolcador no inicia nuevas actividades (los barcos esperan en sus colas respectivas para entrar o salir de puerto), pero terminara cualquier actividad que ya halla comenzado. Si el remolcador esta viajando a

la zona de entrada a puerto para entrar algún barco cuando se desata una tormenta, se devolverá a puerto sin efectuar la operación de remolque.

Se desea correr la simulación durante un año (8760 horas) y estimar:

- % Tiempo ocioso del remolcador.
- % Tiempo de viaje descargado del remolcador.
- % Tiempo de viaje remolcando del remolcador.
- Proporción de tiempo utilizado en cada atracadero.
- Largo de cola promedio en la cola de entrada y salida del puerto.
- Tiempo promedio en puerto para cada tipo de barco.

1. Haga un diagrama de eventos que permita describir el sistema anterior.

**Respuesta:** El diagrama de eventos se presenta en la Figura 1. Se debe tener en cuenta que el modulo de atención se puede modelar de dos maneras diferentes, siendo ambas correctas por separado y se encuentran envueltas en recuadros. La línea punteada puede ser incluida si se considera que un viaje de retorno vacío puede ser generado exactamente al terminar un viaje vacío hacia altamar y para que este correcta debe estar acompañada de este razonamiento.

2. ¿Qué variables debería guardar el sistema (y los agentes) para computar los estadísticos requeridos?

**Respuesta:** Se deben tener en cuenta varios estados, los que pueden ser resumidos en diferentes variables, pero sean cuales sean, estas deben poder representar ya sea por si solas o en conjunto un estado particular del sistema. Los estados del sistema son los siguientes: Existencia o no de barcos en espera en altamar, Existencia o no de tormenta, Remolcador vacío o lleno, Remolcador viajando hacia altamar o viajando a puerto o espera, 1, 2 o 3 Servidores ocupados y Existencia o no de barcos en espera de salida en puerto. La combinacin de la respuesta a cada una de estas preguntas conforma un estado particular del sistema.

Los Agentes que se deben tomar en cuenta son los barcos y para cada uno de ellos se debe guardar la hora de llegada a la primera cola y la hora de salida del sistema. También se debe guardar la hora de entrada y salida de cada cola y el tiempo que tomo su atención.

Análogamente, se debe guardar variables asociadas a la utilización tanto para los servidores como para al remolcador. Para este ultimo también se debe guardar variables que registren su tiempo en viaje vacío y tiempo en viaje lleno.

Con respecto a las colas, se debe guardar el largo promedio, máximo largo, tiempo de espera promedio y máxima espera, pero solo basta (para efectos



de la pregunta) con que registren el largo de cola promedio en la salida del puerto y en altamar.

## **Bono (0.7 ptos.)**

Responda en no más de cuatro líneas las siguientes preguntas referidas a la charla dada en clases.

1. Describa brevemente el modelo de negocios de QUINTEC on-site.

**Respuesta:** QUINTEC On-site ofrece continuidad operativa de sistemas computacionales, bajo una modalidad de un tiempo fijo para solucionar (i.e. entregar continuidad operativa) una falla en un cliente, bajo una métrica de cumplimiento de un 95 % del total de llamadas de un cliente.

2. ¿Cuáles fueron, a su juicio, los resultados más relevantes obtenidos en el estudio?

**Respuesta:** Algunos resultados relevantes fueron: Falta de datos en la organización para efectuar un control de gestión adecuado; Existencia de una serie de problemas sencillos de mejorar, principalmente tiempos muertos de gestión al inicio del proceso y en bodega que de momento imposibilitan el sistema a cumplir los objetivos que se esperan; Que el sistema es capaz de funcionar mucho más efectivamente después de solucionar los tiempos muertos; Que el sistema tiene economías de escala; Que el sistema es sensible a mejoramientos en los tiempos de atención en menor grado que a los tiempos muertos.

3. ¿Existían economías de escala para la operación on-site de QUINTEC?

**Respuesta:** Para el sistema actual, es imposible cumplir las métricas de calidad definidas, por lo que no puede hablarse de economías de escala en un sistema infactible. Sin embargo para el escenario mejorado, si existían economías de escala, de hecho, se estimo que para el doble de demanda sólo se necesitaba un 50 % extra de mano de obra.

4. ¿Cuál fué el problema principal para desarrollar el modelo de simulación?

**Respuesta:** Obtención de datos creíbles del sistema. En parte a su inexistencia, y en parte a problemas en las percepciones de los agentes y en la deficiencia de los sistemas de control de la empresa.