Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: G. Cuevas, J. Gacitua, R. Szederkenyi

Clase Auxiliar 12: Procesos de Poisson

Miércoles 24 de Septiembre de 2008

Problema 1

Considere una posta de atención de urgencias médicas donde llegan dos tipos de pacientes: los graves (que deben ser atendidos de inmediato) y los leves (que pueden esperar para ser atendidos). Se sabe que cada uno de estos grupos de pacientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson con tasas λ_G y λ_L pacientes por hora respectivamente. Además, todos los pacientes graves deben permanecer en observación hasta el día siguiente, momento en el cual son dados de alta o son trasladados a un hospital.

Considere que a las 7:00 a.m. los pacientes graves son evaluados para decidir si son dados de alta o trasladados. Por ello, a las 7:00 a.m. todas las camas se desocupan. Los pacientes ingresan las 24 horas al servicio.

Los pacientes leves NO ocupan camas.

1. La posta desea determinar el número de camas que debe tener para los pacientes graves, de modo que con probabilidad de por lo menos 0.95 puedan ser atendidos todos los pacientes graves que ingresen y no deban ser derivados a otra posta. Entregue una expresión para determinar este número de camas.

2. Se sabe que sólo un paciente grave ingresó entre las 7:00 y 8:00. Ese día el médico llegó 5 minutos atrasado (es decir a las 7:05, ya que su turno comenzaba a las 7:00). ¿Cuál es la probabilidad que dicho paciente haya muerto debido a que no estaba presente el médico? (Asuma que un paciente grave muere si no es atendido de inmediato). Justifique.

3. Dado que llegaron 10 pacientes, ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros 5 hayan sido graves y los siguientes 5 leves?.

4. Para el ingreso de pacientes leves y graves debe llenarse un formulario y entregarse en una ventanilla de atención al paciente. Si la persona que atiende la ventanilla debe ausentarse por unos minutos para ir al baño. ¿Cuánto es el máximo de tiempo que puede hacerlo de modo que la probabilidad de que llegue un paciente durante su ausencia sea menor que 5 %?.

Problema 2

Una empresa de distribución de energía eléctrica ha decidido enfrentar el invierno venidero con un Plan de Solución de Fallas Críticas.

De las estadísticas recopiladas de los años anteriores, se puede concluir que las fallas críticas tienen dos orígenes posibles: Domiciliario y de Alumbrado Público. Ambas fallas se presentan según Procesos de Poisson independientes, de tasa λ_D[fallas/día] para fallas domiciliarias y λ_A[fallas/día] para fallas de Alumbrado Público.

Como parte del diseño del plan, se conformó un equipo de empleados altamente capacitados en la reparación de fallas en redes eléctricas. Este equipo acude a reparar las fallas reportadas demorándose un tiempo exponencialmente distribuido de media T[hrs] por cada una, incluyendo en este lapso el tiempo de transporte al lugar de la falla.

1. Si durante el primer mes de funcionamiento del Plan se han reportado F fallas, ¿cuál es el número esperado de fallas para el segundo mes?

2. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera falla que se registre en un mes sea domiciliaria?

3. El equipo de reparación está trabajando en la solución de una falla de Alumbrado Público. En promedio ¿cuántas fallas de cada tipo ocurrirán antes de que la reparación en curso sea finalizada?

Se está estudiando la posibilidad de dejar la reparación de fallas de Alumbrado Público en manos de una empresa contratista. Los términos del contrato indican que mensualmente se pagará como costo fijo un equivalente a R reparaciones a un costo unitario s_1, mientras que el precio de cada reparación por sobre este mínimo será de s_2, con $s_2 > s_1$.

4. Como Ingeniero de Estudios de la empresa distribuidora, plantee el problema de optimización que permita encontrar el valor R^* que minimiza los costos mensuales esperados del contrato de reparación de fallas de Alumbrado Público.

Problema 3

Considere un terminal de buses de capacidad infinita al cual llegan pasajeros según un proceso de Poisson homogéneo de tasa λ $[pasajeros/hora]$. La empresa propietaria de los buses está evaluando la posibilidad de cambiar la política de funcionamiento del terminal para disminuir los tiempos de espera de los pasajeros. Actualmente los buses llegan según un proceso de Poisson homogéneo de tasa μ $[buses/hora]$ y su capacidad es ilimitada, por lo que todos los pasajeros que están en el terminal al momento de la llegada de un bus suben a él. La empresa estudia la alternativa de implementar un tiempo constante T entre las llegadas de los buses. Para determinar la mejor política, se le ha pedido a usted que conteste las siguientes preguntas (suponga que acaba de pasar un bus y el terminal está vacío):

1. Si se utilizara la política alternativa ¿Cuál es la esperanza del tiempo de espera de un pasajero cualquiera que sube al siguiente bus?
2. Utilizando lo anterior, determine la esperanza del tiempo de espera de un pasajero cualquiera que sube al siguiente bus para la situación actual. ¿Qué condición debe cumplir T para que sea conveniente cambiar la política?

Usted se da cuenta de que quizás lo anterior no es la mejor forma de comparar entre ambas políticas. En cambio, propone contestar las siguientes preguntas:

3. Si se utilizara la política alternativa ¿Cuál es la esperanza de la suma de los tiempos de espera de los pasajeros que subirán al siguiente bus?
4. Utilizando lo anterior, determine la esperanza de la suma de los tiempos de espera de los pasajeros que subirán al siguiente bus para la situación actual ¿Qué condición debe cumplir T para que sea conveniente cambiar la política? *Hint: condicione en el número de personas que suben al siguiente bus. Además puede serle útil saber que si X es una v.a. exponencial de parámetro λ, entonces $E[X] = \frac{1}{\lambda}$ y $Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$*
5. ¿Cómo cambia su respuesta con respecto a las condiciones que debe cumplir el parámetro T? Interprete.