

IN44A: Investigación Operativa

Profs: R. Epstein, P. Rey

Aux: G. Cuevas, J. Gacitua, R. Szederkenyi

## Solución Auxiliar 4 Martes 19 de Agosto de 2008

## Problema 1

1. La siguiente nomenclatura es empleada para cada decisión del árbol:

P: realizar piscinazo

M: ir por mano a mano

CP: árbitro cobra penal

NP: árbitro no cobra penal

PI: Buenanote tira penal a la izquierda

PD: Buenanote tira penal a la derecha

API: Arquero se tira en penal a la izquierda

APD: Arquero se tira en penal a la derecha

PM: Buenanote no elude a Mac y no puede ir por mano a mano

GM: Buenanote elude a Mac y va por mano a mano

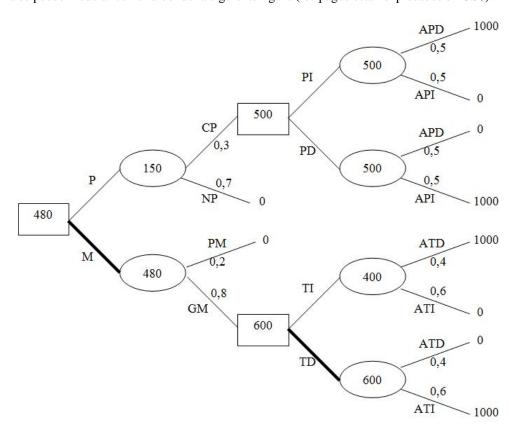
TI: Buenanote tira a la izquierda en mano a mano

TD: Buenanote tira a la derecha en mano a mano

ATI: Arquero se tira en mano a mano a la izquierda

ATD: Arquero se tira en mano a mano a la derecha

El problema se puede modelar con el árbol de la siguiente figura (los pagos están expresados en US\$).



Luego, Buenanote debe intentar eludir a Mac y rematar hacia la derecha.

2. Ahora debemos comparar los retornos esperados de la alternativa de recibir los consejos del Gurú y ver que decisión óptima tomar. Para esto, tomamos las siguientes consideraciones de nomenclatura:

SG: no son contratados los servicios del Gurú

CG: son contratados los servicios del Gurú

GPI: Gurú predice atajada de penal a la izquierda

GPD: Gurú predice atajada de penal a la derecha

GTI: Gurú predice que arquero se tira en mano a mano a la izquierda

GTD: Gurú predice que arquero se tira en mano a mano a la derecha

Debido a que el Gurú predice el lado que se tirará el arquero sin importar si es penal o mano a mano, se tendrán las siguientes igualdades de probabilidades condicionales:

$$P[GPD|APD] = P[GTD|ATD] = 0.8$$
  
 $P[GPI|API] = P[GTI|ATI] = 1$ 

Inicialmente analizaremos el caso de las probabilidades de los tiros penales y luego extenderemos para el caso del mano a mano.

Para realizar la estimación de este árbol se requiere saber las probabilidades condicionadas inversamente de [P[GPD|APD] y P[GPI|API]. Para ello se puede ver que:

$$P[GPD|APD] = 0.8$$
  
 $= 1 - P[GPI|APD]$   
 $\Rightarrow P[GPI|APD] = 0.2$   
 $P[GPI|API] = 1$   
 $= 1 - P[GPD|API]$   
 $\Rightarrow P[GPD|API] = 0$ 

Así utilizando probabilidades totales se tiene que:

$$\begin{split} P[GPD] &= P[GPD|APD] \cdot P[APD] + P[GPD|API] \cdot P[API] \\ &= 0, 8 \cdot 0, 5 + 0 \cdot 0, 5 \\ &= 0, 4 \\ \Rightarrow P[GPI] &= 1 - P[GPD] \\ &= 0, 6 \end{split}$$

Ahora realizando Bayes se obtienen las probabilidades deseadas:

$$P[APD|GPD] = \frac{P[GPD|APD] \cdot P[APD]}{P[GPD]}$$

$$= \frac{0,8 \cdot 0,5}{0,4}$$

$$= 1$$

$$\Rightarrow P[API|GPD] = 1 - P[APD|GPD]$$

$$= 0$$

$$P[API|GPI] = \frac{P[GPI|API] \cdot P[API]}{P[GPI]}$$

$$= \frac{1 \cdot 0,5}{0,6}$$

$$= 0,833$$

$$\Rightarrow P[APD|GPI] = 1 - P[API|GPI]$$

$$= 0,167$$

Para el caso de los mano a mano se realiza el mismo procedimiento. Primero probabilidades totales para obtener:

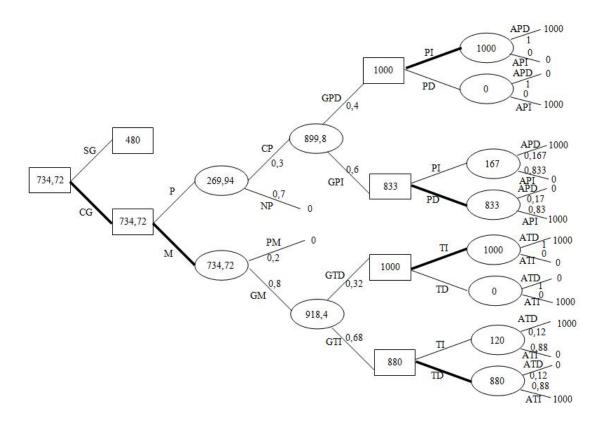
$$P[GTD] = 0.32$$

$$P[GTI] = 0.68$$

Y luego empleando Bayes:

$$P[ATD|GTD] = 1$$
  
 $\Rightarrow P[ATI|GTD] = 0$   
 $P[ATI|GTI] = 0,88$   
 $\Rightarrow P[ATD|GTI] = 0,12$ 

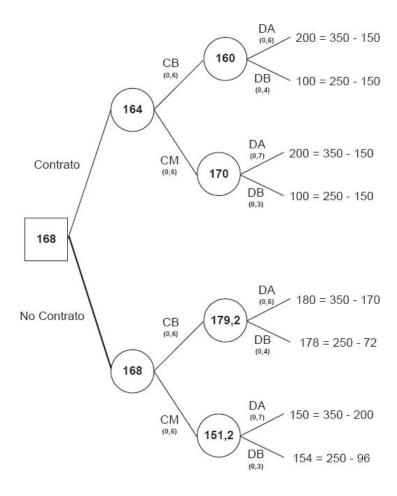
Luego de obtenidas estas probabilidades el árbol resultante se muestra en la siguiente figura:



Como se observa en el árbol de la figura, al equipo le conviene contratar a el Gurú y este puede cobrar hasta US\$734,72 - US\$ 480 = US\$254,72 por utilizar sus habilidades predictivas en beneficio del equipo de Buenanote.

## Problema 2

1. Representando a los eventos "Cosecha Buena" y "Cosecha Mala" por 'CB' y 'CM', respectivamente y a "Demanda Alta" y "Demanda Baja", por 'DA' y 'DB', respectivamente, el árbol que resulta se ve en la figura (los valores están en millones de pesos):



2. Para calcular el valor de la información provista por el analista, vamos a plantear un árbol que incluya los resultados de su análisis. Para esto, se necesitan las probabilidades de que la cosecha sea buena o mala, condicionada en la información del analista y las probabilidades de que el analista prediga una cosecha "Abundante" o "Escasa". Es decir, las probabilidades que necesitamos y no tenemos son P(Abundante), P(CB|Abundante) y P(CB|Escasa):

$$P[Abundante] = P[Abundante|CB] \cdot P[CB] + P[Abundante|CM] \cdot P[CM]$$
  
= 0,8\cdot 0,6+0,3\cdot 0,4  
= 0.6

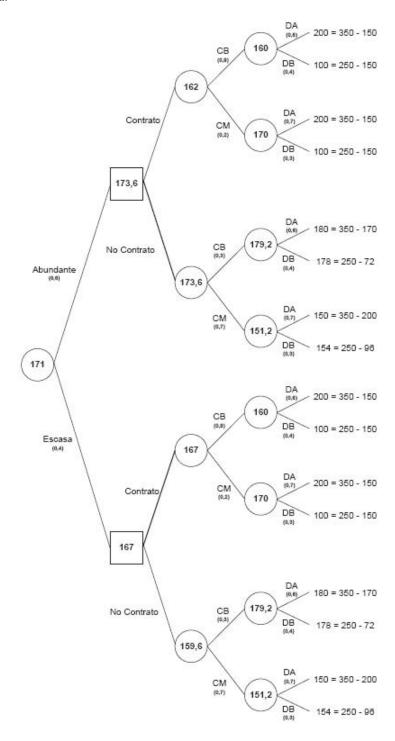
$$P[CB|Abundante] = \frac{P[Abundante|CB] \cdot P[CB]}{P[Abundante]}$$

$$= \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,6}$$

$$= 0,8$$

$$P[CB|Escasa] = \frac{P[Escasa|CB] \cdot P[CB]}{P[Escasa]}$$
$$= \frac{0.2 \cdot 0.6}{0.4}$$
$$= 0.3$$

Una vez calculadas las probabilidades, podemos plantear y resolver el árbol asociado a esta parte, que se muestra en la siguiente figura:



De los valores finales, podemos calcular que lo máximo que estaría dispuesto a pagar que es 171-168 = 3 millones de pesos.