Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: J.Gacitúa, D. Wilson, R.Wolf

Pauta CTP 1

Miércoles 26 de Marzo de 2008

1. *a*) Sean X_A^k y X_B^j v.a. que representan el tiempo de respuesta de las compañías A y B, dado que deben viajar k zonas y j zonas respectivamente hasta el lugar del siniestro.
   Se tendrá $X_A^k \rightarrow exp(\frac{\mu}{k})$, $X_B^j \rightarrow exp(\frac{\mu}{j})$.
   Utilizando el resultado de "carrera de exponenciales" se calcula entonces,

$$\begin{aligned} P(X_A < X_B|\texttt{incendio en zona 1}) &= P(X_A^1 < X_B^2) \\ &= \frac{\mu}{\mu + \frac{\mu}{2}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

   b) No se sabe el lugar del incencio, por lo tanto debemos condicionar.

$$\begin{aligned} \alpha &= \sum_{i=0}^{6} P(X_A^k < X_B^j|\texttt{incendio en zona i})P(\texttt{incendio en zona i}) \\ &= \sum_{i=0}^{6} P(X_A^k < X_B^j|\texttt{incendio en zona i})\frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6}\left(\frac{\mu}{\mu+\frac{\mu}{2}} + \frac{\frac{\mu}{2}}{\mu+\frac{\mu}{2}} + \frac{\mu}{\mu+\frac{\mu}{2}} + \frac{\frac{\mu}{2}}{\mu+\frac{\mu}{2}} + \frac{\mu}{\mu+\frac{\mu}{4}} + \frac{\frac{\mu}{2}}{\frac{\mu}{2}+\frac{\mu}{5}}\right) \\ &= \frac{123}{210} \end{aligned}$$

   c) Sea Y v.a. que representa el número de incendios que pasan hasta que C_B se enfrenta a un incendio. Se puede identificar $Y \rightarrow geometrica(1-\alpha)$. Se obtiene entonces,

$$\begin{aligned} E[Y] &= \frac{1}{1-\alpha} \\ &= \frac{70}{29} \end{aligned}$$

2. Sea Z v.a. que representa el número de zonas en estado *crítico* en un día cualquiera. Se puede identificar a través del enunciado que $Z \rightarrow Binomial(6, p)$. La probabilidad que en un día la mitad de las zonas o más estén catalogadas como críticas, ρ es

$$\rho = \sum_{i=3}^{6} \binom{6}{i} p^i (1-p)^{6-i}$$

3. Definimos X_i como una v.a. que representa "el número de incendios que deben pasar para que una nueva zona se incendie por primera vez, dado que (i-1) zonas ya se han incendiado por lo menos una vez". Se tendrá entonces, $X_i \rightarrow geometrica\left(\frac{6-(i-1)}{6}\right)$, $E[X_i] = \frac{6}{6-(i-1)}$, $\forall i = 1, .., 6$. Los X_i resultan

ser independientes debido a que el lugar del incendio es equiprobable e independiente de la historia, para todas las zonas. Se procede a calcular la esperanza de X:

$$\begin{aligned}
E[X] &= E\left[\sum_{i=1}^{6} X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{6} E\left[X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{6} \frac{6}{6-(i-1)} \\
&= 6 \cdot \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1\right) \\
&= 14{,}7
\end{aligned}$$

Dudas y/o errores:
Jaime Gacitúa C.
jgacitua@ing.uchile.cl