



## Clase Auxiliar 9: PD Estocástica y Procesos de Poisson

Martes 9 de Septiembre de 2008

### Problema 1

Un microbus posee  $K$  paraderos en su recorrido, además de una estación terminal. El conductor del bus debe decidir antes de llegar a cada paradero si detenerse o no, y en caso que lo haga, suben todos los pasajeros que esperan, siempre que no se supere la capacidad  $C$  del vehículo. El chofer puede decidir no detenerse, pero corre el riesgo de que un carabinero le curse una infracción (de valor  $\$C_{inf}$ ) con probabilidad  $P_{parte}$  en caso de dejar pasajeros en el paradero sin poder tomar el bus, es decir, que haya personas esperando.

La probabilidad de que  $j$  personas esperen tomar el bus es  $S_j$ , para todos los paraderos.

El precio del pasaje para un pasajero que sube en el  $k$ -ésimo paradero es  $P_k$ .

Suponga que los pasajeros solo se bajan en la estación terminal y que el Ministerio de Transporte le entrega un premio de  $\$F$  al chofer si llega al terminal con su capacidad copada. El costo de cada detención que realiza es de  $\$D$ .

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita al chofer maximizar su beneficio neto por recorrido realizado.
2. Resuelva el modelo suponiendo que el autobus se aproxima al séptimo paradero de un total de 10, llevando 27 pasajeros cómodamente sentados. Considere:  
 $P_k = 500$ ,  $C = 30$ ,  $F = 5000$ ,  $D = 2000$ ,  $P_{parte} = 0,7$ ,  $C_{inf} = 3000$ ,  $S_0 = 0,1$ ,  $S_1 = 0,4$  y  $S_2 = 0,5$

### Problema 2

A uno de los principales aeropuertos del país Chilito, llegan contenedores de carga importados según un Proceso de Poisson homogéneo de tasa  $\lambda$ . Cada contenedor puede ser fraudulento o no. Un fraude ocurre cuando el importador subdeclara la cantidad importada para disminuir el pago de aranceles. Se sabe de casos similares (otros aeropuertos del país) que un contenedor es fraudulento con probabilidad  $p_f$ .

Para detectar los contenedores fraudulentos, el Servicio Nacional de Aduanas instaló una bodega de inspección con capacidad máxima de  $N$  contenedores. Todos los contenedores que llegan al aeropuerto deben ingresar a la bodega de inspección (siempre que haya espacio). Los contenedores que no alcanzan a entrar en la bodega no son revisados. Cada  $T$  horas se realiza una inspección de los contenedores que hay en la bodega, la cual se vacía de inmediato (suponga que el proceso de revisión es instantáneo).

Aduanas está interesada en estudiar la eficiencia del sistema actual, por lo que le pide a usted como asesor, que conteste las siguientes preguntas:

1. Dado que en una inspección hay  $m$  contenedores ¿Cuál es la probabilidad de que  $k$  de ellos sean fraudulentos?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que en una inspección haya exactamente  $m$  contenedores?
3. Con lo anterior determine el número esperado de contenedores fraudulentos que hay en una inspección.
4. ¿Cuál es la probabilidad de que un contenedor no sea revisado? Con esto determine el número esperado de contenedores fraudulentos que no son revisados por inspección. *Hint: construya un Proceso de Poisson filtrado a partir del proceso de llegada de contenedores fraudulentos.*