



Control 1

1 de Septiembre de 2006

Problema 1

Una empresa capitalina de lácteos desea ampliar la venta local de su producto estrella, el *queso cabra*. Para ello debe decidir a que países conviene exportar y vender dicho producto. Los países son cuatro en total, los que denominaremos C_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. El plan de ventas se realizará en 2 fases: La primera consiste en decidir si vender en C_1 o C_2 y la segunda si hacerlo en C_3 o C_4 independiente hacia donde se haya exportado en la fase anterior. La primera etapa se realizará ahora, mientras que la última en un tiempo posterior.

Si el país C_i está en una buena época económica, cada uno de los N_i habitantes comprará, independiente de todo lo demás, un trozo de queso con probabilidad q_i y pagará un precio de $\$P_i$. En cambio si se está en recesión nadie compra (suponga que la empresa tiene quesos como para satisfacer toda la demanda). Además, llevar el producto a la país C_i representa un costo de $\$X_i$ para la empresa, independiente de la país de origen. Estos valores se muestran en la Tabla 1.

País (i)	N_i	q_i	P_i (\$)	X_i (\$)
C_1	1.000	0,55	2.500	200.000
C_2	2.000	0,7	1.500	350.000
C_3	500	0,9	3.000	450.000
C_4	10.000	0,2	1.500	500.000

Tabla 1.

Se sabe que en el país C_1 hay economía próspera (buena) con probabilidad 0,7, mientras que en la país C_2 esto ocurre con probabilidad 0,4.

También se sabe que la economía de los países C_1 y C_2 influye en los futuros económicos de C_3 y C_4 . En este sentido, el 50 % de la veces en que C_1 se encuentra bien, también lo estará C_3 , mientras que un 60 % de las veces C_4 se encontrará bien al estarlo C_1 . Si hay recesión en C_1 , sólo un 40 % de las veces C_3 no estará en recesión. En C_4 no habrá recesión sólo un 20 % de las veces que C_1 la sufra.

Del mismo modo, con un 80 % de probabilidades C_3 estará bien si C_2 lo está, mientras que un 75 % de las veces en que C_2 se encuentra bien, también lo estará C_4 . Si hay recesión en C_2 , sólo un 60 % de las veces C_3 estará bien. Para C_4 esto sucederá el 40 % de las veces que C_2 enfrente una recesión.

1. (0,5 puntos) Si C_1 se encuentra con una economía próspera ¿Cuál es el valor esperado del número de quesos que vendería la empresa en dicho país si decidiera exportar hacia ese lugar? Calcule este valor para los casos análogos correspondientes a los otros tres países.
2. (2,5 puntos) Construya y resuelva un árbol de decisión que permita a este vendedor decidir a que países exportar para vender sus quesos. ¿En qué países conviene vender? ¿Cuál es la ruta óptima?

Antes de decidir la estrategia, la empresa tiene la opción de solicitar la ayuda de un economista destacado, quién se ofrece a informar el estado actual de la economía del país C_1 . Su análisis es correcto 80 % de las veces cuando C_1 se encuentra bien. Si no la está, la probabilidad de un análisis correcto es de 0,7.

3. (2,0 puntos) ¿Cuánto es lo máximo que estaría dispuesto a pagar la empresa al economista por su respuesta sobre el actual estado económico de C_1 ?

Otra alternativa sería consultar a un economista muy malo que también se ofrece a hacer el análisis de la economía del país C_1 . Cuando este economista predice que la economía se encuentra bien, se equivoca en el 95 % de los casos. Cuando dice que esta mal, también se equivoca en el 95 % de los casos.

4. (1,0 punto) ¿Cuánto es lo máximo que estaría dispuesto a pagarle a este economista?

Problema 2

Un campesino posee, actualmente, un rebaño de k ovejas. Al final de cada año toma la decisión de cuántas debe vender y cuántas conservar. La utilidad que le reporta vender una oveja en el año i es u_i y el costo que le significa conservar una oveja para el próximo año es c_i . La cantidad de ovejas del rebaño para el año $i + 1$ es el doble de las que decidió conservar al final del año i . El campesino planea vender todas las ovejas al final de n años.

1. (3,0 puntos) Plantee un modelo de programación dinámica que permita resolver el problema planteado. Indique las etapas, variables de estado, función de beneficio, la ecuación de recurrencia y las condiciones de borde. Considere que el campesino desea maximizar la utilidad total por la venta de las ovejas menos el costo de mantenerlas.
2. (3,0 puntos) Resuelva el modelo planteado para el caso de un horizonte de $n = 3$ años, un rebaño de $k = 2$ ovejas, utilidades por venta de valores: $u_1 = 100$ M\$, $u_2 = 130$ M\$, $u_3 = 120$ M\$ y costos: $c_1 = 100$ M\$, $c_2 = 150$ M\$, $c_3 = 0$ M\$.

Problema 3

La empresa DEF vende equipamiento de ski al público. La empresa tiene un proveedor de zapatos de ski exclusivos. DEF compra estos zapatos a \$100 cada par. La venta de los zapatos ocurre los fines de semana y se estima que hay T fines de semanas hasta el fin de la temporada.

El proveedor demora una semana en despachar los zapatos a la tienda de DEF. Es decir, si al inicio de la semana t (o final de la semana $t - 1$) la empresa compra un par de zapatos al proveedor, el mismo estará disponible para la venta en la semana $t + 1$. El inventario de zapatos al inicio de la semana 1 es $I(1)$ (un dato conocido). Llamemos $I(t)$ al inventario al inicio de la semana t .

La empresa no tiene claro el precio de venta de los zapatos. Si la demanda es fuerte, la empresa tenderá a mantener el precio de lista, que es de \$1.000 el par. Sin embargo, si la demanda es débil, la empresa tenderá a ofrecer el par de zapatos a un precio rebajado, pero no menor a \$300 el par, por un tema de imagen. Al final de la temporada, los zapatos que DEF no ha vendido, los liquida en el mercado mayorista a \$10 el par.

La empresa DEF desarrolló una formula para calcular $P(t)$, el precio de un par de zapatos en el periodo t . Durante la temporada, $P(t)$ estará entre \$1.000 y \$300. Terminada la temporada el precio baja drásticamente a \$10 el par. Los ejecutivos estiman que $P(t)$ depende de las ventas acumuladas, del inventario en la tienda, del inventario en tránsito, del tiempo que falta para que termine la temporada y del precio de la semana anterior.

En la semana t sabemos que entran a la tienda $N(t)$ clientes buscando zapatos. Cada cliente puede comprar un par de zapatos o ningún par. La decisión es independiente entre los clientes. La probabilidad que cualquiera de ellos compre un par de zapatos es $\exp(-(1 - 10/P(t)))$. Si un cliente quiere comprar un par de zapatos pero no hay inventario en la tienda, se asume una penalización de \$Q debido a la pérdida de ventas futuras asociadas a este cliente insatisfecho, quien no volvería a la tienda la próxima vez.

1. (1,0 punto) De un ejemplo concreto de cómo podría ser la función $P(t)$. Fundamente económicamente su respuesta.
2. (4,0 puntos) Plantee un modelo de programación dinámica que permita resolver el problema planteado. Indique las etapas, las variables de estado, la función de valor, la función objetivo, la ecuación de recurrencia y la condición de borde. Asuma que la empresa DEF desea maximizar el beneficio esperado.
3. (1,0 punto) Indique cómo cambia el modelo anterior si agregamos el costo de transporte. Sea $x(t)$ la cantidad recepcionada en el periodo t . El costo de transporte en el periodo t será igual a $c(x(t))$ más una penalización por cambiar el tamaño de la flota de transporte. Esta penalización es igual a $A(t) * |x(t) - x(t-1)|$, donde $A(t)$ es un factor de atenuación.