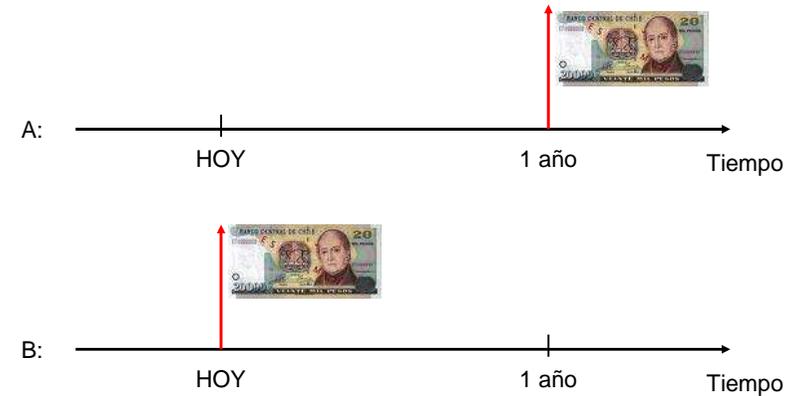


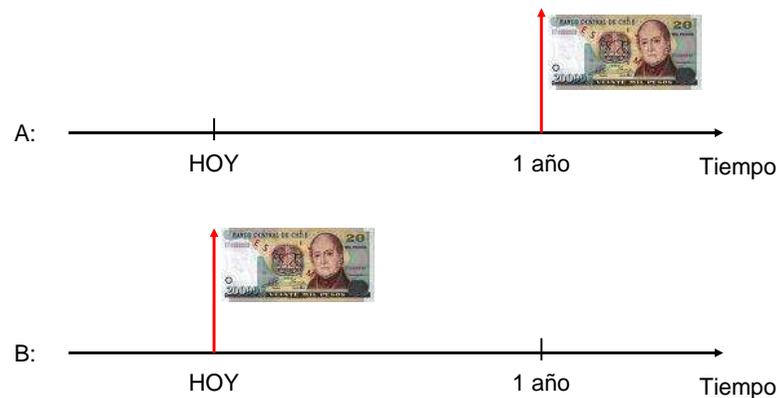
# MATEMATICA FINANCIERA

Loreto Tamblay  
[loreto.tamblay@sdgworld.net](mailto:loreto.tamblay@sdgworld.net)  
 Primavera 2008

## Pregunta: ¿Son equivalentes?



## Pregunta: ¿Son equivalentes?



- **Interés** que deajo de ganar: depósitos, inversiones ...
- **Inflación:** Aumento sostenido y generalizado en el nivel de precios

## Tasa de interés

### ■ Tasa Interés = Precio del dinero

#### ■ Interés Simple:

- Aplica sobre la cantidad original que se invierte
- No considera reinversión de los intereses ganados en los periodos intermedios
- $C_1 = C_0 + C_0 * r$   
 $C_2 = C_1 + C_0 * r$   
 $= C_0 + C_0 * r + C_0 * r$   
 Para n periodos  
 $C_n = C_0 + C_0 * r * n$   
 $= C_0 * (1 + n * r)$

#### ■ Interés Compuesto

- El interés ganado sobre el capital invertido se añade al principal
- Asume reinversión de los intereses en periodos intermedios
- $C_1 = C_0 + C_0 * r = C_0 * (1+r)$   
 $C_2 = C_1 + C_1 * r$   
 $= C_0 * (1+r)^2$   
 Para n periodos  
 $C_n = C_0 * (1 + r)^n$

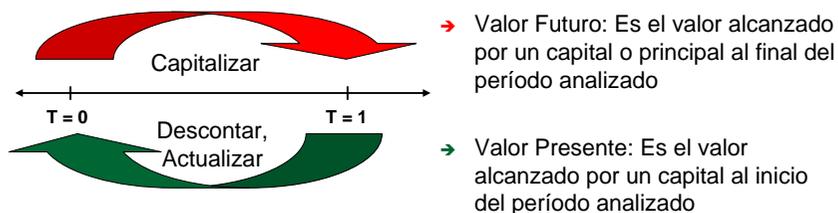
## Tasa de interés

- Tasa interés nominal
  - Una tasa de interés nominal es aquella que denota un crecimiento en el monto de dinero, sin ajustar la moneda por inflación. Así la tasa de interés nominal no necesariamente significa un incremento en el poder adquisitivo
  - Ej: depósitos en pesos a 30 días de los bancos
- Tasa interés real
  - Una tasa de interés real es aquella que denota un aumento del poder adquisitivo. Esto es, conservando el poder adquisitivo del dinero, existe un incremento en el monto
  - Ej: tasas en UF + X%

## Igualdad de Fisher

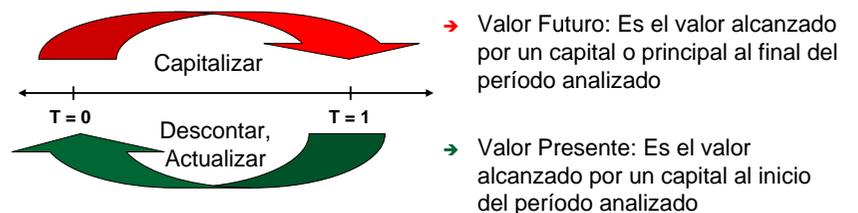
- En equilibrio el banco debiera ser indiferente entre prestar a tasas reales o nominales
  - Siempre y cuando las tasas nominales incluyan las expectativas de inflación.
- $(1 + i) = (1 + r) * (1 + \pi)$   
 donde:  $i$  = tasa de interés nominal  
 $r$  = tasa de interés real  
 $\pi$  = inflación esperada

## Valor del dinero en el tiempo



- ¿De que depende la variación del valor del dinero en el tiempo?
  - **Costo de Oportunidad:**
    - Que podría hacer con ese dinero
    - Que podría haber hecho con ese dinero

## Valor del dinero en el tiempo

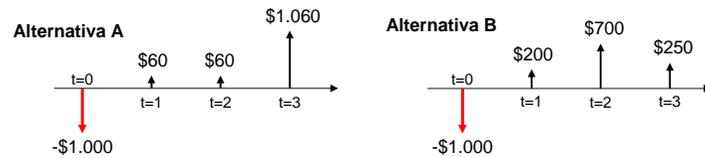


- Valor Futuro:  
 Invierto  $C_0$  hoy  
 Al cabo de un periodo tengo:  
 $C_1 = C_0 + C_0 * r$   
 $\rightarrow C_1 = C_0 * (1 + r)$   
 donde  $r$  = tasa de interés
- Valor Presente:  
 Recibiré  $C_1$  en un año mas  
 La tasa de interés de mercado es  $r$   
 ¿Qué cantidad  $C_0$  HOY sería equivalente a  $C_1$ ?  
 Como  $C_1 = C_0 * (1 + r)$   
 $\rightarrow C_0 = C_1 / (1 + r)$

**Valor Futuro = Valor Presente \* (1+r)**

## Valor presente (actual) neto

### VPN – VAN

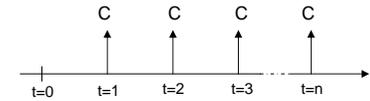


- ¿Cuál de estos dos proyectos me conviene?
- Podemos calcular el valor actual de todos los flujos y ver cual proyecto suma mas
- Suponiendo tasa de interés nominal compuesta anual de 6%
  - Alt A: \$ 0
  - Alt B: \$ 22
- Se define

$$VAN = \sum_{t=0}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

## Simplificaciones...

- Anualidad
  - Activo que produce un **flujo constante** C durante n periodos
  - Considerando que la tasa de **interés es constante** en el tiempo
  - Esta formula considera que el primer flujo lo recibo el próximo periodo (t=1)



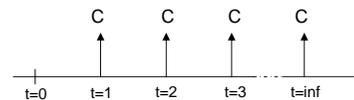
$$VPN = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r)^n} \cdot \frac{1}{(1+r)}$$

$$-\frac{VPN}{(1+r)} = \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^{n+1}}$$

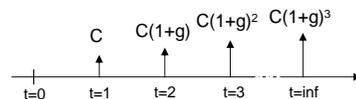
$$VPN = \frac{C}{r} \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right)$$

## Simplificaciones...

- Perpetuidad
  - Activo que produce un **flujo constante** C hasta el **infinito**
  - Considerando que la tasa de **interés es constante** en el tiempo
- Perpetuidad con crecimiento
  - Los mismo supuesto anteriores
  - Los flujos crecen a una tasa constante de g%
- Estas formula consideran que el primer flujo lo recibiré el próximo periodo (t=1)



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ VPN = \frac{C}{r} \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right) \right] = \frac{C}{r}$$



$$VPN = \frac{C}{r-g}$$

## Ejemplo

- Una empresa de flores esta necesitando un equipo de bombeo de agua que debe prestar servicio en su planta de producción. Para este propósito se están considerando dos alternativas:
  - La alternativa A consiste en la compra de una bomba eléctrica con un costo inicial de \$1.200.000, esta maquina duraría 5 años, tiene costos mensuales de manutención y operación de \$50.000. Al cabo de los cinco años la maquina vale cero peso.
  - La alternativa B consiste en la compra de una bomba a gasolina con un costo inicial de \$950.000, también duraría 5 años, tiene costos mensuales de manutención y operación de \$65.000. Al cabo de los cinco años la maquina vale cero peso también.
- ¿Cuál equipo de bombeo es mas conveniente?
- Considere un costo del dinero de 2% mensual

## Ejercicio

- Un padre de familia quiere ir de vacaciones en enero del 2010 a Disney World. De acuerdo a lo que averiguó en una agencia de viajes, debe contar con \$5.000.000 precio que incluiría todos los gastos (pasajes, alojamiento y comidas).
- Para poder concretar este anhelo, se ha propuesto ahorrar mensualmente en el banco a partir de enero del 2009, una cantidad de tal forma de reunir los \$5.000.000 en la fecha mencionada. Si la tasa de interés que ofrece el banco por su depósito es de 4,2% anual, ¿cuánto deberá depositar mensualmente en la cuenta de ahorro para lograr su objetivo?

## Ejercicio

- Lisa S. quiere pedir un préstamo de \$1.000.000 a 5 años que tiene una tasa de interés anual del 10% para comprarse un saxo nuevo. Calcule el valor de las cuotas, amortizaciones, intereses y saldos para cada período:
  - Si se toma el crédito a cuota fija.
  - Si es tomado con amortización fija.

## Ejercicio

- Suponga que Homero S. gana 60 UF al mes. De ese salario el 7% va a su sistema de salud, el 10% a su fondo de pensión (AFP), el que además cobra una comisión mensual equivalente al 2% de su sueldo. Si la AFP le asegura una rentabilidad anual del 10% real anual en promedio. Suponga Homero trabaja durante 40 años, y después jubila.
- ¿Cuánto dinero tendrá acumulado al cabo de los 40 años? ¿Cuál es la rentabilidad real de sus fondos de pensiones?
- Suponiendo que la administradora le pagará de manera indefinida una pensión a Homero mientras viva y a su muerte el equivalente a Marge. ¿Cuál sería el monto de dicha pensión mensual?. Si en cambio Homero quiere tener una pensión mensual de igual poder adquisitivo durante 30 años, manteniendo la rentabilidad de la AFP, ¿cuál sería el monto de la pensión mensual?
- Suponga que en lugar de poner el dinero en la AFP, los puede invertir en depósitos a plazo a 30 días que le dan una rentabilidad del 0,9% nominal mensual (compuesto) en pesos, o en dólares a una tasa del 8% anual, o una libreta dorada que al reajuste agrega intereses por un 4,5% anual. ¿Que alternativa es más conveniente?

## Ejercicio

- Suponga que a usted al salir de la escuela le ofrecen trabajar en una consultora de ingeniería con un sueldo mensual líquido (impuestos y cotizaciones ya descontadas) de 48 UF.
- Usted tiene el plan de independizarse iniciar un negocio en conjunto con dos de sus compañeros de generación. Las estimaciones de inversión que requiere para este proyecto son de 7.800 UF, y que podría entregar 1.500 UF de utilidad (después de descontar impuestos), durante 10 años. Para financiar la inversión, se considera que se podrá obtener un crédito por el 70% de la inversión. El resto, tendrá que ser financiado en partes iguales por los socios.
- Para esto ha decidido ahorrar el 50% de su sueldo ya que estima que necesita consumir todos los meses solo 24 UF para vivir. Para sus ahorros tiene consideradas las siguientes alternativas de inversión:
  - I. Depósito en UF + 5% anual.
  - II. Depósito en dólares al 0.5% mensual.

- 
- Si las expectativas de variación anual del tipo de cambio e inflación son de - 3% y 4.5% respectivamente, transforme una de las tasas de interés para que sea comparable con la otra. ¿Cuál de las dos alternativas es más conveniente para ahorrar el dinero?
  - Calcule cuantos meses tardara en juntar el dinero necesario para hacer su aporte la sociedad si ahorra la mitad de su sueldo en la mejor alternativa encontrada.
  - Imagine que ya han pasado los n meses para ahorrar el dinero necesario. Ahora, ya ha renunciado al trabajo y la sociedad esta determinando el tipo de crédito que van a tomar para financiar el resto de la inversión (53.460 UF). Las alternativas son:
    - I. UF + 7% anual pagadero en 10 cuotas anuales iguales.
    - II. 10% anual nominal en pesos con dos años de gracia (sin pago de intereses ni amortizaciones) y pagado en 8 cuotas con amortización constante
    - Determine la cuota a pagar, amortizaciones de la deuda y pago de interés para cada uno de los años. ¿Cuál crédito es más conveniente si el costo de oportunidad del dinero es la mejor tasa de interés a la que podría ahorrar en la parte (a).
  - Si los socios se reparten cada año en partes iguales las utilidades menos la cuota de crédito pagada. ¿Fue un buen negocio para usted el proyecto?. Justifique su respuesta.
-