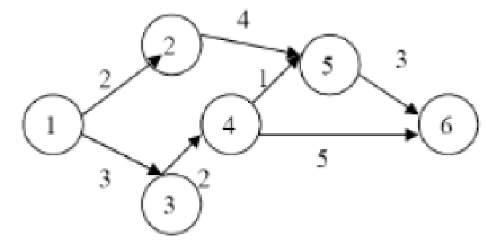
Problema 4: (Dijkstra)

1. Determine la ruta más corta del nodo 1 a todos los demás nodos para la siguiente red aplicando el algoritmo de Dijkstra:



2. Si agregara un arco del nodo 3 al nodo 5 con costo 1, ¿debe aplicar todo el algoritmo nuevamente o le sirve parte de lo que hizo en el punto 1)? Resuelva nuevamente de manera eficiente.

1.

Inicialización:

$$\Pi(1) = 0,\_P(1) = 1$$
$$\Pi(i) = +\infty\_\forall i \neq 1$$
$$S = \Phi$$

Iteración 1: $S = \{1\}$

$$\Pi(2) = +\infty > \Pi(1) + d_{12} = 2$$
$$\Rightarrow \Pi(2) = 2,\_P(2) = 1$$

$$\Pi(3) = +\infty > \Pi(1) + d_{13} = 3$$
$$\Rightarrow \Pi(3) = 3,\_P(3) = 1$$

Iteración 2: $S = \{1,2\}$

$$\Pi(5) = +\infty > \Pi(2) + d_{25} = 6$$
$$\Rightarrow \Pi(5) = 6,\_P(5) = 2$$

Iteración 3: $S = \{1,2,3\}$

$$\Pi(4) = +\infty > \Pi(3) + d_{34} = 5$$
$$\Rightarrow \Pi(4) = 5,\_P(4) = 3$$

Iteración 4: $S = \{1,2,3,4\}$

$$\Pi(5) = 6 = \Pi(4) + d_{45} = 6$$
$$\Rightarrow Nada\_cambia$$

$$\Pi(6) = +\infty > \Pi(4) + d_{46} = 10$$
$$\Rightarrow \Pi(6) = 10,\_P(6) = 4$$

Iteración 5: $S = \{1,2,3,4,5\}$

$$\Pi(6) = 10 > \Pi(5) + d_{56} = 9$$
$$\Rightarrow \Pi(6) = 9,\_P(6) = 5$$

Iteración 6: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

Como todos los nodos están en S, terminamos.

Notar que siempre habrá tantas iteraciones como nodo.

Una forma ordenada de hacer las iteraciones es usar la siguiente tabla, donde la última fila contiene las distancias mínimas desde 1 a todos los nodos.

Iteración	π(1)	π(2)	π(3)	π(4)	π(5)	π(6)	Entra	S
1	0	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞	1	{1}
2	0	2	3	+∞	+∞	+∞	2	{1,2}
3	0	2	3	+∞	6	+∞	3	{1,2,3}
4	0	2	3	5	6	+∞	4	{1,2,3,4}
5	0	2	3	5	6	10	5	{1,2,3,4,5}
6	0	2	3	5	6	9	6	{1,2,3,4,5,6}

2. Para este caso sirven todas las iteraciones hasta que el nodo 3 entra a S

Inicialización:

$$\Pi(1) = 0, \_ P(1) = 1$$
$$\Pi(i) = +\infty \_ \forall i \neq 1$$
$$S = \Phi$$

Iteración 1: $S = \{1\}$

$$\Pi(2) = +\infty > \Pi(1) + d_{12} = 2$$
$$\Rightarrow \Pi(2) = 2, \_ P(2) = 1$$

$$\Pi(3) = +\infty > \Pi(1) + d_{13} = 3$$
$$\Rightarrow \Pi(3) = 3, \_ P(3) = 1$$

Iteración 2: $S = \{1,2\}$

$$\Pi(5) = +\infty > \Pi(2) + d_{25} = 6$$
$$\Rightarrow \Pi(5) = 6, \_ P(5) = 2$$

Iteración 3: $S = \{1,2,3\}$

$$\Pi(4) = +\infty > \Pi(3) + d_{34} = 5$$
$$\Rightarrow \Pi(4) = 5, \_ P(4) = 3$$

$$\Pi(5) = 6 > \Pi(3) + d_{35} = 4$$
$$\Rightarrow \Pi(5) = 4, \_ P(5) = 3$$

Iteración 4: $S = \{1,2,3,5\}$

$$\Pi(6) = +\infty > \Pi(5) + d_{56} = 7$$
$$\Rightarrow \Pi(6) = 7, \_ P(6) = 5$$

Iteración 5: $S = \{1,2,3,5,4\}$

$$\Pi(5) = 4 < \Pi(4) + d_{45} = 6$$
$$\Rightarrow Nada\_cambia$$

$$\Pi(6) = 7 < \Pi(4) + d_{46} = 10$$
$$\Rightarrow Nada\_cambia$$

Iteración 6: $S = \{1,2,3,5,4,6\}$

Como todos los nodos están en S, terminamos.

Notar que siempre habrá tantas iteraciones como nodos.

Para este caso, la tabla queda así:

Iteración	π(1)	π(2)	π(3)	π(4)	π(5)	π(6)	Entra	S
1	0	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞	1	{1}
2	0	2	3	+∞	+∞	+∞	2	{1,2}
3	0	2	3	+∞	6	+∞	3	{1,2,3}
4	0	2	3	5	4	+∞	5	{1,2,3,5}
5	0	2	3	5	4	7	4	{1,2,3,5,4}
6	0	2	3	5	4	7	6	{1,2,3,5,4,6}