IN34A - Optimización

Capítulo 2 - Anexos

Leonardo López H.

lelopez@ing.uchile.cl

Primavera 2008

Optimización Irrestricta de una Variable I

- Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y consideremos $(P) \quad \min f(x)$.
- Una condición necesaria para que una solución $x = x^*$ sea un mínimo o un máximo es:

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0 \tag{1}$$

- Si:

$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} > 0 \quad \left(\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} < 0\right)$$

  entonces x^* es un mínimo (máximo) local.
- En otras palabras estamos diciendo que x^* es un mínimo (máximo) local si $f(x)$ es *estrictamente convexa (concava)* en una vecindad de x^*.

Optimización Irrestricta de una Variable II

- Si:

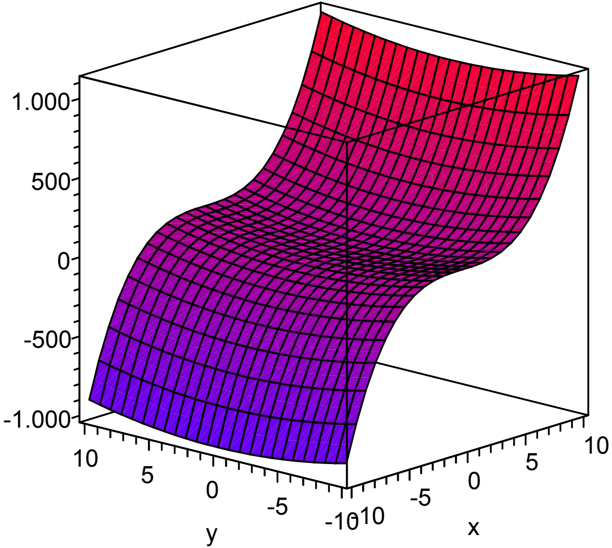
$$\frac{d^2 f(x^*)}{dx^2} = 0$$

  x^* puede ser un punto de inflexión.

- Para encontrar el **mínimo (máximo) global**, es necesario comparar todos los mínimos (máximos) locales y determinar el con menor (mayor) $f(x)$.
  - Si este valor es menor (mayor) que $f(x)$ cuando $x \to -\infty$ y $x \to +\infty$ (o en los puntos extremos si f está definida sobre un intervalo finito) entonces este es el **mínimo (máximo) global** del problema (P).
- Si f es convexa (concava), la condición (1) es necesaria y suficiente. Por lo tanto, podemos afirmar inmediatamente que x^* es un mínimo (máximo) global.
  - Sólo si f es estrictamente convexa (concava) el mínimo (máximo) global siempre será único.

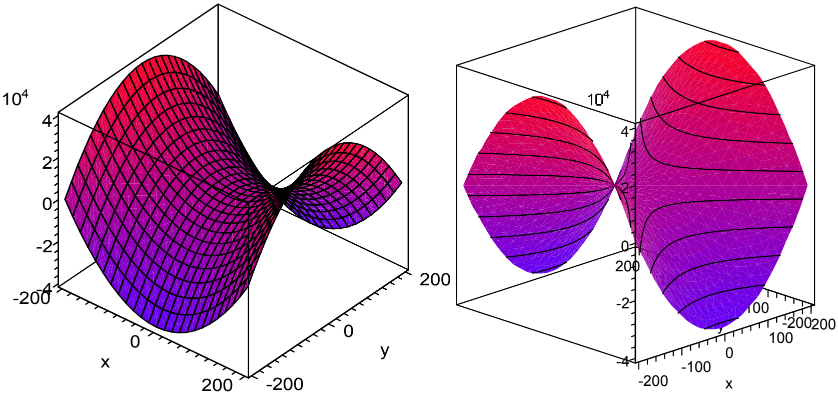
Ejemplo

$f(x, y) = x^3 + y^2$



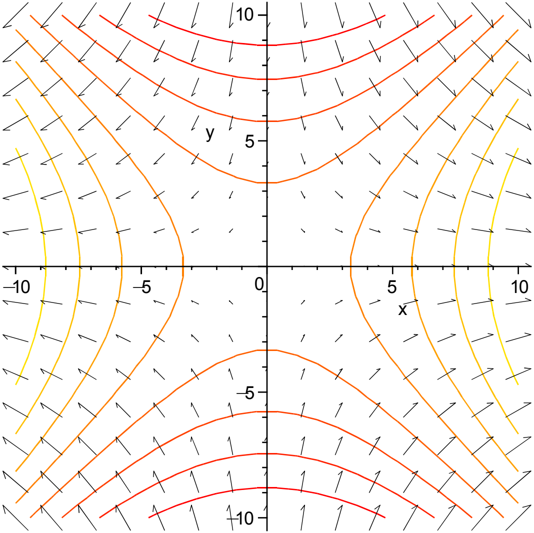
Ejemplo

$$f(x,y) = x^2 - y^2$$



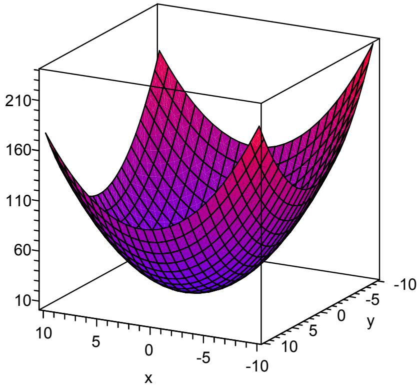
Ejemplo

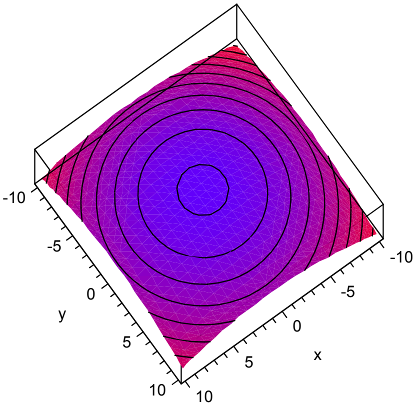
$$f(x,y) = x^2 - y^2$$



Ejemplo

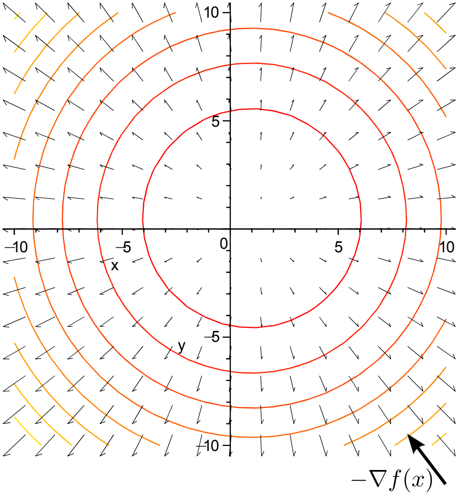
$$\text{mín } f(x, y) = (x-2)^2 + 2x + y^2 - y + 3$$



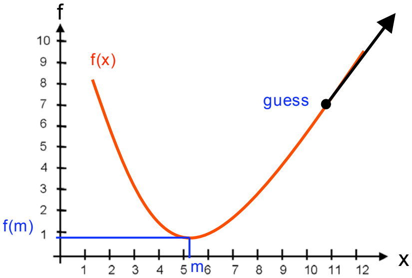


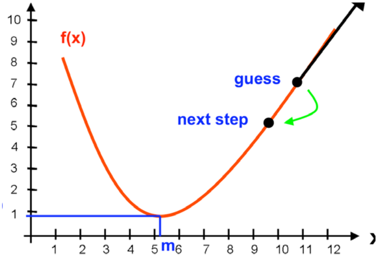
Ejemplo

$$\min f(x,y) = (x-2)^2 + 2x + y^2 - y + 3$$

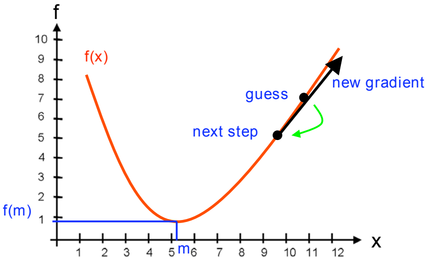


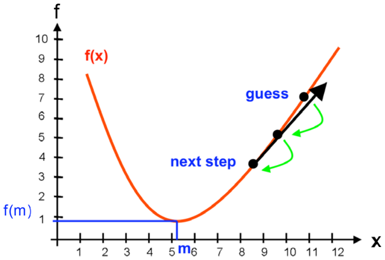
Métodos de Descenso: Idea I



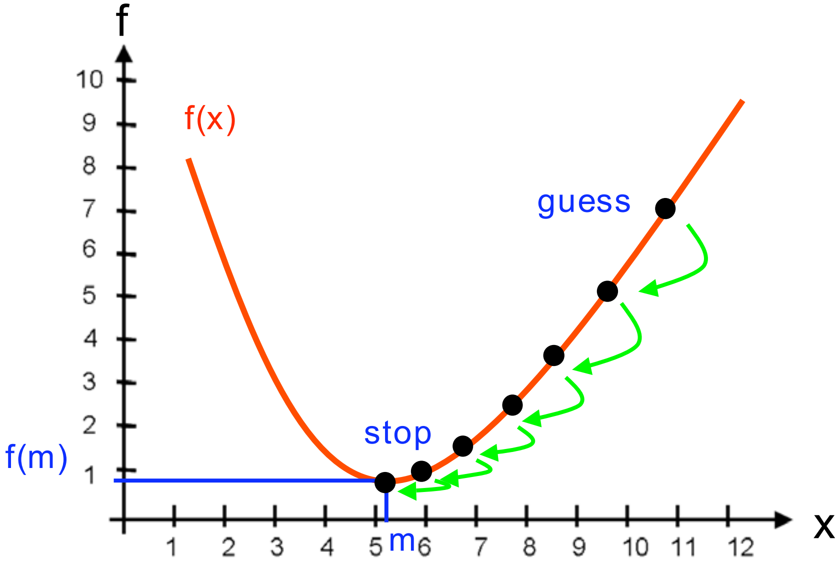


Métodos de Descenso: Idea II





Métodos de Descenso: Idea III



Métodos de Descenso: Idea IV