



Universidad de Chile.  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.  
Departamento de Ingeniería Civil Industrial.  
IN34A Optimización

Profesor: Guillermo Durán.  
Sebastián Souyris.  
Richard Weber.  
Auxiliares: Jaime Gacitúa.  
Leonardo López  
Ximena Schultz.  
Rodrigo Wolf.

### **CTP Nº 1** **16 de agosto de 2006**

Un famoso pirata está en búsqueda de un nuevo tesoro. Afortunadamente sabe donde está dicho tesoro, pero debe encontrar la forma de ir en su búsqueda de tal manera de maximizar sus ganancias, dadas todas las posibilidades que tiene.

Para poder ir al tesoro necesita un barco, y como el suyo se averió, debe arrendar uno. En el puerto hay  $B$  barcos disponibles a ser arrendados, cada uno con velocidad máxima de  $VB_b$ (km/min) y costo  $CB_b$ .

Adicionalmente existen  $C$  caminos distintos para poder llegar a dicho tesoro. Cada uno tiene una longitud de  $L_c$ (km). Sabe que en cada camino habrán otros piratas, y que se encontrará con ellos con toda seguridad, debe decidir si atacarlos o no, pero sabe que atacarlos demorará un tiempo  $TA_{cb}$  (dependiente del camino que haya tomado, pues de eso dependerá la calidad de piratas con la que se encuentre, y del barco en que se encuentre, pues dependerá de las armas que posea dicho barco). Sabe que si ataca ganará debido a que es el mejor pirata y tiene a la mejor tripulación, pero deberá incurrir en un costo  $CA_{cb}$  debido a que deberá rembolsar las armas utilizadas en el ataque, al dueño del barco. Si decide no atacarlos continuará su viaje sin ningún imprevisto.

Si ataca tendrá la posibilidad de robarse la cantidad que el desee del oro que poseen dichos piratas. Sabe que la cantidad total está evaluada en  $GA_c$ , pero que mientras más decida llevarse, más tiempo le tomará reunirlo, dicho tiempo se estima como  $TAT_c$  minutos por unidad robada. Adicionalmente debe considerar que si roba más de la mitad del tesoro su tripulación se avisará y se robará  $1/3$  de todo lo extra que le quiten a los otros piratas.

Ayude al capitán con su problema, realizando un modelo de programación lineal mixto, sabiendo que no puede demorarse, por ningún motivo, más de  $T$  minutos en encontrar el tesoro, ya que la demora significaría que otro pirata encontrará el tesoro primero. Considere que el pirata va a la máxima velocidad que el barco lo permite.

HINT: Se recomienda utilizar una sola variable para la decisión del camino y del barco a arrendar.

**Pauta CTP N° 1**  
**16 de agosto de 2006**

Pregunta N° 1

**Variables de Decisión (1 pto, 0,25 cada una)**

$$X_{bc} \begin{cases} 1 \text{ Si arrienda el barco } b \text{ para tomar el camino } c. \\ 0 \text{ Si no} \end{cases}$$

$$Y_{bc} \begin{cases} 1 \text{ Si ataca a los piratas con el barco } b \text{ en el camino } c \\ 0 \text{ Si no} \end{cases}$$

$Z_c$  = Cantidad del tesoro a robarle a los piratas del camino  $c$ .

$W_c$  = Cantidad extra a robar sobre la mitad del oro de los piratas del camino  $c$ .

**Restricciones (4 ptos)**

1.- Solo se arrienda un barco para un camino. (0,5 ptos.)

$$\sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^B X_{bc} = 1$$

2.- Solo ataca a unos piratas con un barco, en un camino. (Esta sola, sin la 3: 0,25 ptos.)

$$\sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^B Y_{bc} = 1$$

3.- Relación entre variables. (Con esta restricción y la primera, se cubre la 2ª) (0,5 ptos.)

$$Y_{bc} \leq X_{bc} \quad \forall c = 1, \dots, C; b = 1, \dots, B$$

4.- No se puede robar más cantidad de la que hay y solo si es que atacan a los otros piratas. (0,7 ptos.)

$$Z_c \leq GA_c \cdot \sum_{b=1}^B Y_{bc} \quad \forall c = 1, \dots, C$$

5.- Definición de la variable auxiliar. (1 pto.)

$$W_c \geq Z_c - \frac{GA_c}{2} \quad \forall c = 1, \dots, C$$

6.- No hay que demorarse más que el tiempo preestablecido. (0,8 ptos.)

$$\sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^B Y_{bc} \cdot TA_{bc} + \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^B \frac{L_c}{VB_b} \cdot X_{bc} + \sum_{c=1}^C TAT_c \cdot Z_c \leq T$$

7.- Naturaleza de las variables. (0,5 ptos.)

$$\begin{aligned} X_{bc}, Y_{bc} &\in \{0,1\} & \forall c = 1, \dots, C; b = 1, \dots, B \\ Z_c, W_c &\geq 0 & \forall c = 1, \dots, C \end{aligned}$$

**Función Objetivo (1 pto.)**

$$\max z = \sum_{c=1}^C Z_c - \sum_{c=1}^C \sum_{b=1}^B [CA_{bc} \cdot Y_{bc}] - \sum_{b=1}^B CB_b \cdot X_b - \sum_{c=1}^C \frac{W_c}{3}$$

**Dudas y Comentarios a:**  
**xschultz@ing.uchile.cl**