

IN34A – Optimización
Control N°2
15 de Octubre, 2008

Pregunta 1:

- 1) (2 pts.) Respecto a la charla realizada el miércoles 08 de octubre sobre Asignación de Cajeros a las distintas boleterías de la Red del Metro de Santiago: Como solución al problema en el modelo mixto existían dos módulos, uno de optimización y uno de simulación.
 - a. ¿Cuáles son las entradas del modelo mixto?
 - b. ¿Cuál es la función de cada uno de los módulos en una iteración?
 - c. ¿Cuál es el producto final que entrega el modelo mixto?
- 2) (1 pts) ¿Cuáles son los 3 criterios principales que guían el algoritmo simplex? Mencióneles e interprete brevemente qué objetivo tiene cada uno y cómo se logra dichos objetivos.
- 3) (1 pts) Dado un problema de programación lineal (PPL) en forma estándar. ¿En qué caso puede ser apropiado resolver primero un PPL distinto en Fase I? Defina el problema que se resuelve para la Fase I. Explique por qué en este problema auxiliar se puede obtener una solución inicial factible en forma sencilla.
- 4) (1 pts) ¿Es el algoritmo simplex un algoritmo polinomial? ¿Es el problema de Programación Lineal un problema polinomial? Justifique sus respuestas.
- 5) (1 pts.) Dé una explicación sobre el significado económico del óptimo dual. Justifique la respuesta.

Pregunta 2:

Considere el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &\max x_1 + x_2 \\ &\text{s.a.} \quad -2x_1 + 5x_2 \geq 0 \\ &\quad \quad x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ &\quad \quad 4x_1 - 3x_2 \leq 7 \\ &\quad \quad x_1 \geq 0 \\ &\quad \quad x_2 \text{ irrestricta} \end{aligned}$$

- a. (0,5 pts.) Escriba el Problema en Forma Estándar
- b. (1,0 pts.) Grafique el problema. Identifique la región factible, los puntos que podría describir mediante una base, cuántos de estos puntos son factibles y el óptimo del problema. ¿Cuánto vale la Función Objetivo en el óptimo? ¿Qué restricción adicional agregaría al problema original para hacer el problema más sencillo sin cambiar la región factible?
- c. (1,0 pts.) ¿Qué particularidad tiene el origen? ¿Qué bases describen este punto? ¿Es alguna infactible? Compruébelo. ¿Tendría sentido que lo fuera? ¿Necesitaría realizar Fase I para resolver el problema? ¿Por qué no?
- d. (1,5 pts.) Aplique Simplex partiendo desde el óptimo encontrado en la parte b.
- e. (1,5 pts.) Escriba el dual del problema original. Calcule el valor de las variables duales con el teorema de holgura complementaria. Interpretélas. Calcule los precios sombra. Interpretélos. Verifique que se cumpla el teorema Fundamental de Dualidad.
- f. (0,5 pts.) ¿Cuánto puede aumentar el precio asociado a la segunda variable para que siga siendo el óptimo?

Nota: Para las partes b), c), d) y f) describa o interprete lo que va realizando en forma gráfica.

Pregunta 3:

Una firma de arriendo de automóviles desea planificar su inventario de vehículos para los siguientes T días. La firma posee una flota fija en el horizonte de planificación compuesta de dos tipos de vehículos: económicos (e) y lujosos (l). La firma posee I sucursales y ofrece el servicio "*rent-it-here and leave-it-there*", lo que permite a sus clientes retirar un vehículo en una sucursal y devolverlo en cualquier otra. Se ha definido que cada arriendo puede durar desde 1 día hasta K días. Por lo tanto, para efectuar un arriendo cada cliente debe especificar: la sucursal de retiro, la sucursal de entrega, el día de comienzo del arriendo, la cantidad de días de arriendo y el tipo de vehículo que desea arrendar. Al inicio del horizonte de planificación hay R_{iht} vehículos tipo $h \in \{e, l\}$ que ya están arrendados y que deben ser devueltos el día $t \in \{1, \dots, T\}$ (para $t > K$ $R_{iht} = 0$) considere en la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$. Además, también al inicio del horizonte, la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ cuenta con un inventario de W_{ih} vehículos del tipo $h \in \{e, l\}$.

El departamento de estudios de la firma ha determinado que el precio y la demanda por arriendos con retiro en la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$, entrega en la sucursal $j \in \{1, \dots, I\}$, a partir del día $t \in \{1, \dots, T\}$, de un vehículo del tipo $h \in \{e, l\}$ y con una duración de $k \in \{1, \dots, K\}$ días, es de p_{ijt}^{hk} pesos y μ_{ijt}^{hk} unidades respectivamente. Si no existe disponibilidad de vehículos tipo económico, la firma puede actualizar a los clientes que los demandan entregándoles un vehículo tipo lujoso al precio de uno económico. Un cliente

que demanda un vehículo tipo lujoso por ningún motivo aceptará que se le entregue un vehículo tipo económico. El costo de no satisfacer la demanda de un cliente que solicita un arriendo de un vehículo tipo $h \in \{e, l\}$ por $k \in \{1, \dots, K\}$ días es de CD_{hk} , independiente del periodo y de las sucursales de retiro y devolución.

La firma ha establecido que en cada periodo debe ofrecer un nivel de servicio del 98% a los clientes que demandan vehículos lujosos. Es decir, en cada periodo a lo más un 2% de este tipo de clientes puede quedar con su demanda insatisfecha. Para que esto sea posible, la firma puede aumentar su disponibilidad de vehículos lujosos arrendando vehículos externos o realizar traslados de vehículos entre algunas sucursales para aumentar la capacidad de las sucursales que enfrentan mayor demanda. El costo para la firma de arrendar un vehículo externo para satisfacer la demanda en $t \in \{1, \dots, T\}$ de un cliente lujoso que retirará el vehículo en la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ y que luego de $k \in \{1, \dots, K\}$ días lo devolverá en la sucursal $j \in \{1, \dots, I\}$, es de CA_{ijt}^k . Suponga para el caso anterior, que el vehículo externo es llevado a la sucursal i en t , inmediatamente es entregado al cliente quien lo devuelve en la sucursal j en $t+k$, e inmediatamente el vehículo es devuelto al proveedor de éste. El parámetro f_{ij} es uno si es factible realizar traslados entre las sucursales $i \in \{1, \dots, I\}$ y la $j \in \{1, \dots, I\}$ y cero en caso contrario. El costo de trasladar un vehículo tipo $h \in \{e, l\}$ desde la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ a la $j \in \{1, \dots, I\}$ en el periodo $t \in \{1, \dots, T\}$ es de CT_{ijt}^h . Existe un presupuesto de B destinado para este fin a lo largo del horizonte.

En la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ existe una capacidad de almacenar hasta H_i vehículos cada noche. Cada sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ tiene la posibilidad de aumentar su capacidad de almacenamiento en E_i unidades pagando un costo fijo de CF_{it} en el periodo $t \in \{1, \dots, T\}$, este aumento de capacidad dura sólo 1 periodo. El costo de almacenar cada noche un vehículo en la sucursal $i \in \{1, \dots, I\}$ es de CI_i .

Plantee un modelo de programación lineal que permita que la firma planifique de forma centralizada su inventario de vehículos de forma de maximizar sus utilidades.

Comentarios: Suponga que CA_{ijt}^k es tal que $CA_{ijt}^k > p_{ijt}^{lk} \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall i, j \in \{1, \dots, I\}, \forall t \in \{1, \dots, T\}$. Es decir, el costo al que puede arrendar la firma un vehículo lujoso externo es superior al beneficio que éste genera al arrendarlo al cliente que lo demanda. Suponga también que en cada $t \in \{1, \dots, T\}$ puede suceder o no que $CD_{lk} < CA_{ijt}^k - p_{ijt}^{lk}$. Por lo tanto, en algunos periodos puede convenir *a priori* dejar demanda insatisfecha que arrendar un vehículo externo (aunque la firma podría verse obligada a arrendar para cumplir con el nivel de servicio), pero en otros no.

Solución:

Pregunta 1:

1)

a. Entradas:

- Configuración de la red
- Mesaninas
- Capacidades (por tipo de operario)
- Servicios (duración, costo, tipo operario)
- Estándar de calidad de servicio
- Demanda
- Transacciones cada 15 minutos
- Tiempos de transacción
- Distribuciones de probabilidad (proceso de llegadas, proceso de elección de fila, proceso de transacción)

b. Función Módulo de Optimización

- Encontrar una Asignación Óptima suponiendo que los parámetros son determinísticos y teniendo en consideración los incrementos que previamente puede haber impuesto la simulación

Función Módulo de Simulación

- Detectar los horarios donde la incorporación de aleatoriedad en el sistema genera filas superiores al estándar e imponer al módulo de optimización la adición de un servidor extra en esos horarios

c. Producto final

- Una asignación que cumple con los estándares de calidad considerando la aleatoriedad del sistema a mínimo costo.

Nota de corrección: Basta que tengan el ~80% de la respuesta para tener puntaje completo. Usen su criterio.

2)

- **Criterio de Optimalidad:** Si una solución básica factible es tal que los costos reducidos son todos positivos ($\bar{C}_j \geq 0$), la solución es óptima (la base asociada se llama base óptima). Interpretación: Si ocurre que algún costo reducido es negativo, entonces aquellas columnas con costo reducido negativo pueden entrar a la base y mejorar el valor de la función objetivo.
- **Criterio de entrada a la base:** Se usa para determinar que variable entra a la base, para ello, se escoge la variable asociada al costo reducido C_s tal que $\bar{C}_s = \min_{\bar{C}_j < 0} \{\bar{C}_j\}$.

Interpretación: El criterio de entrada a la base indica que la variable no básica que entra es aquella que tiene el menor costo reducido, dentro de aquellos que son < 0 . Se ha adoptado esta convención porque trae el mayor mejoramiento local.

- **Criterio de salida de la base:** Se usa para determinar que

variable sale de la base. El criterio es el siguiente: $\min_{ais} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{a_{is}} \right\}$.

Interpretación: si se tiene que la variable que entra a la base es x_s , para saber cual es la variable que sale de la base es necesario determinar cual es la variable que primero se anula cuando x_s crece, para no salirse del espacio factible. Esto es buscar la primera variable que se anula en cada una de las restricciones del problema en su forma estándar. De aquí sale la fórmula anterior.

3) Es apropiado usar fase 1 cuando no es sencillo encontrar una base inicial factible.

El problema que se debe resolver es el siguiente:

$$\begin{aligned} (P_1) \quad \min w &= \sum_{i=1}^m t_i \\ \text{s.a.} \quad Ax + It &= b, b \geq 0 \\ x, t &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde t_i son variables artificiales.

La solución básica factible inicial para este nuevo problema es $x=0$ y $t=b$, $B=I$. Lo sencillo acá es que en este caso la identidad sirve como solución factible básica inicial.

4) No, es un algoritmo exponencial, ya que si bien el algoritmo en general se comporta de manera eficiente si existen casos en que simplex toma un tiempo exponencial para resolver el problema.

Por su parte el problema de programación lineal si es polinomial ya que existen algoritmos que lo resuelven en tiempo polinomial en el tamaño del problema, por ejemplo el metodo de las elipsoides o el de Nesterov y Nemirovskii (basta que digan que existen)

5) La variable dual Y_i en el óptimo representa el valor unitario en \$ del recurso i . Se puede interpretar como cuanto estoy dispuesto a pagar por aumentar en una unidad la capacidad disponible del recurso i .

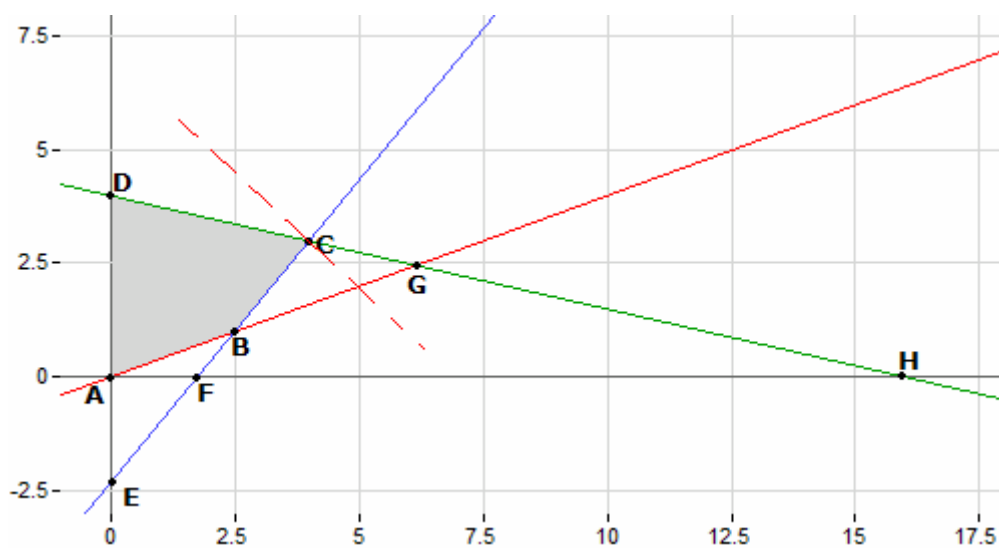
Este análisis sólo tiene sentido si el problema primal tiene al menos una solución óptima básica no degenerada.

Pregunta 2:

a. La forma estándar del problema es:

$$\begin{aligned} \min & -x_1 - x'_2 + x''_2 \\ \text{s.a.} \quad & -2x_1 + 5x'_2 - 5x''_2 - x_3 = 0 \\ & x_1 + 4x'_2 - 4x''_2 + x_4 = 16 \\ & 4x_1 - 3x'_2 + 3x''_2 + x_5 = 7 \\ & x_2 = x'_2 - x''_2 \\ & x_1, x_3, x_4, x_5, x'_2, x''_2 \geq 0 \end{aligned}$$

b. Gráficamente:



- Los puntos que se podrían plantear con una base son todos los marcados en el gráfico (A, B, C, D, E, F, G, H), que corresponden a la intersección de todas las restricciones del problema. Son en total 10 bases (ya que el origen se puede representar por 3 bases, como se verá en un punto más adelante en esta pauta).
- De estos 8 puntos, 4 son factibles (A, B, C, D). Por lo tanto, existen 6 bases factibles (recordando que hay 3 en el origen). Los demás son infactibles (E, F, G, H).
- El óptimo está en el punto C, donde $x_1=4$, $x_2=3$, con lo que $Z=7$.
- A este problema, se puede agregar la restricción $x_2 \geq 0$. Esta restricción no cambia la región factible del problema, y facilita el uso de simplex 'habitual'.

c. El origen es un punto **degenerado**. Esto se puede argumentar de 2 formas:

- Se ve claramente en el gráfico, ya que el (0,0) está formado por la intersección de los 2 ejes y una restricción.
- Como en el punto existe una variable básica igual a cero, entonces es degenerado.

Nota de corrección: Ambas son correctas, aunque TIENEN que nombrar por lo menos la primera, ya que se pide expresamente la interpretación gráfica. Si ponen solo la segunda, descontar puntaje.

Este punto está descrito por 3 bases, que se muestran a continuación:

1. $X_r=(X_1, X_2)$; $X_b=(X_3, X_4, X_5)$
2. $X_r=(X_1, X_3)$; $X_b=(X_2, X_4, X_5)$
3. $X_r=(X_2, X_3)$; $X_b=(X_1, X_4, X_5)$

Estas 3 bases son factibles. No tendría sentido que no lo fueran, ya que se ve gráficamente que están en la región factible.

Verifiquémoslo (en el mismo orden):

$$1. B^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} > \vec{0} \Rightarrow \text{Es factible}$$

$$2. B^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} > \vec{0} \Rightarrow \text{Es factible}$$

$$3. B^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} > \vec{0} \Rightarrow \text{Es factible}$$

No es necesario usar fase 1, ya que el origen es un punto factible, como ya se ha demostrado.

d. Si agregaron $X_2 \geq 0$

En el óptimo, las variables básicas son $X_b=(X_1, X_2, X_3)$ y las no básicas $X_r=(X_4, X_5)$.

Calculamos:

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3/19 & 4/19 \\ 0 & 4/19 & -1/19 \\ -1 & 14/19 & -13/19 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} 3/19 & 4/19 \\ 4/19 & -1/19 \\ 14/19 & -13/19 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Veamos si el punto es el óptimo del problema, calculando los costos reducidos:

$$\overline{Cr} = (0 \ 0) - (-1 \ -1 \ 0) * \bar{R}$$

$$\overline{Cr} = (7/19 \ 3/19) \geq 0$$

Como ambos costos reducidos son positivos, estamos en el óptimo.

Por lo tanto, el punto óptimo es $X_1=4$, $X_2=3$, $X_3=7$, $X_4=X_5=0$ y con esto $Z=7$.

.....

Si no agregaron la restricción, tienen la forma estándar de la parte a:

En el óptimo, las variables básicas son: $x_b = (x_1, x_2', x_3)$ y las no básicas son $x_r = (x_2'', x_4, x_5)$.

Calculamos:

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3/19 & 4/19 \\ 0 & 4/19 & -1/19 \\ -1 & 14/19 & -13/19 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} 0 & 3/19 & 4/19 \\ -1 & 4/19 & -1/19 \\ 0 & 14/19 & -13/19 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Veamos si el punto es el óptimo del problema, calculando los costos reducidos:

$$\overline{Cr} = (1 \ 0 \ 0) - (-1 \ -1 \ 0) * \overline{R}$$

$$\overline{Cr} = (0,7/19 \ 3/19) \geq 0$$

Como ambos costos reducidos son positivos, estamos en el óptimo.

Por lo tanto, el punto óptimo es $X_1=4$, $X'_2=3$, $X_3=7$, $x'_2=X_4=X_5=0$ y con esto $Z=7$.

La interpretación gráfica va por el lado de señalar que, como estábamos comenzando desde el óptimo, es claro que simplex encontrará la solución en una sola iteración.

e. El dual (Ojo que el enunciado dice claramente "el dual del problema ORIGINAL"):

$$\begin{aligned} \min w &= \{0y_1 + 16y_2 + 7y_3\} \\ \text{s.a.} \quad &-2y_1 + y_2 + 4y_3 \geq 1 \\ &5y_1 + 4y_2 - 3y_3 = 1 \\ &y_1 \leq 0 \\ &y_2, y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Usando holgura complementaria:

$$\begin{aligned} (-2x^*_1 + 5x^*_2 + x^*_3 - 0) \cdot y^*_1 &= 0 \\ (1x^*_1 - 4x^*_2 - 16) \cdot y^*_2 &= 0 \\ (4x^*_1 - 3x^*_2 - 7) \cdot y^*_3 &= 0 \\ (1 - 2y^*_1 - y^*_2 - 4y_3) \cdot x^*_1 &= 0 \\ (1 - 5y^*_1 - 4y^*_2 + 3y_3) \cdot x^*_2 &= 0 \\ (0 - y_1) \cdot x^*_3 &= 0 \end{aligned}$$

Como x^*_1 , x^*_2 y x^*_3 son distintos de cero, se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} 1 - 2y^*_1 - y^*_2 - 4y_3 &= 0 \\ 1 - 5y^*_1 - 4y^*_2 + 3y_3 &= 0 \\ y_1 &= 0 \end{aligned}$$

De aquí,

$$\begin{aligned} 1 - y^*_2 - 4y_3 &= 0 \\ 1 - 4y^*_2 + 3y_3 &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema, $y_1=0$, $y_2=7/19$, $y_3=3/19$ y $w=133/19=7$. Notar que $w=z$ (óptimo del primal = óptimo del dual), este es el teorema fundamental de la dualidad.

Los precios sombra se calculan como:

$$\Pi = C_b^T * B^{-1} = (-1, -1, 0) * \begin{pmatrix} 0 & 3/19 & 4/19 \\ 0 & 4/19 & -1/19 \\ -1 & 14/19 & -13/19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7/19 \\ 3/19 \end{pmatrix}$$

(los precios sombra y las variables duales son siempre iguales).

La variable dual Y_i en el óptimo representa el valor unitario en \$ del recurso i . Se puede interpretar como cuanto estoy dispuesto a pagar por aumentar en una unidad la capacidad disponible del recurso i .

Este análisis sólo tiene sentido si el problema primal tiene al menos una solución óptima básica no degenerada.

g. Hay que verificar que se sigue cumpliendo la condición de optimalidad:

Si agregaron $X_2 \geq 0$

$$\overline{Cr} = (0 \ 0) - (-1 \ -C_2 \ 0) * \overline{R}$$

$$\overline{Cr} = (3/19 + 4C_2/19 \ 4/19 - C_2/19) \geq 0$$

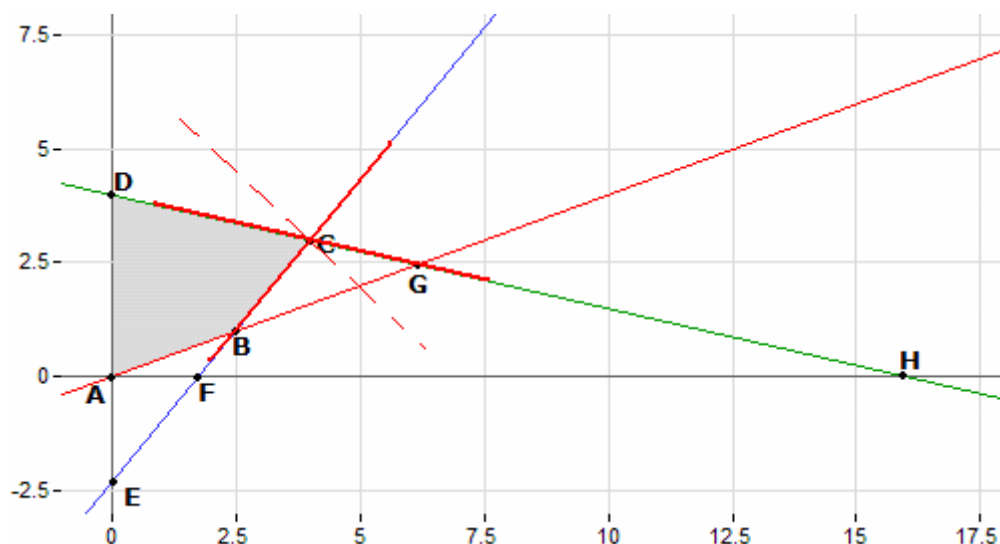
De aquí se obtienen las condiciones:

$$C_2 \geq -3/4$$

$$C_2 \leq 4$$

Por lo tanto, el precio de la segunda variable puede aumentar hasta 4.

Deben hacer la interpretación gráfica. Esto consiste en mostrar que el óptimo no cambia al variar la pendiente de la función objetivo al mover el coeficiente c_2 entre los valores señalados anteriormente.



En el límite, cuando $C_2=4$, la función objetivo alcanza la misma pendiente que la restricción $x_1 + 4x_2 + x_4 = 16$, habiendo infinitas soluciones. Si $C_2 > 4$, el óptimo cambia al punto D. Análogamente, cuando $C_2 = -3/4$, la función objetivo alcanza la misma pendiente que la restricción $4x_1 - 3x_2 + x_5 = 7$, habiendo infinitas soluciones. Si $C_2 < -3/4$, el óptimo cambia al punto B.

Si NO agregaron $x_2 \geq 0$

$$\bar{C}_r = (C_2'' \ 0 \ 0) - (-1 \ -C_2' \ 0) * \bar{R}$$

$$\bar{C}_r = (C_2'' - C_2' \quad 3/19 + 4C_2'/19 \quad 4/19 - C_2'/19) \geq 0$$

De aquí se obtienen las condiciones:

$$C_2' \geq -3/4$$

$$C_2' \leq 4$$

$$C_2'' \geq C_2'$$

La interpretación gráfica es análoga.

Pregunta 3:

Variables de decisión:

X_{ijt}^{hk} = Autos tipo h destinados para arriendos, de i a j en t, por k días.

Y_{ijt}^h = Envíos de autos tipo h, de i a j, en t.

S_{ijt}^{hk} = Demanda insatisfecha por autos tipo h, de i a j en t, por k días.

I_{it}^h = Inventario de autos tipo h disponibles en t, en la sucursal i (al final del día).

V_{ijt}^k = Autos lujosos destinados a satisfacer demanda económica, de i a j en t, por k días.

A_{ijt}^k = Autos lujosos extra, arrendados para satisfacer la demanda de i a j en t, por k días.

$$Z_{it} = \begin{cases} 1 & \text{Si aumenta capacidad de sucursal i en t.} \\ 0 & \text{Sino} \end{cases}$$

Restricciones:

d. Inventario autos económicos:

$$I_{it}^h = I_{i,t-1}^h + R_{iht} + \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{\min\{t-1, K\}} X_{\theta, i, t-k}^{hk} - \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{\min\{T-t, K\}} X_{i, \theta, t-k}^{hk} + \sum_{\theta \in I} (Y_{\theta t}^h - Y_{i\theta t}^h) \\ (\forall t > 1, h=e)$$

$$I_{it}^h = W_{ih} + R_{iht} - \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{\min\{T-t, K\}} X_{i\theta t}^{hk} + \sum_{\theta \in I} (Y_{\theta t}^h - Y_{i\theta t}^h) \\ (\forall t=1, h=e)$$

Inventario autos lujosos:

$$I_{it}^h = I_{i,t-1}^h + R_{iht} + \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{t-1} (X_{\theta,i,t-k}^{hk} + V_{\theta,t-k}^k) - \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{\min\{T-t,K\}} (X_{i,\theta,t-k}^{hk} + V_{\theta,t-k}^k) + \sum_{\theta \in I} (Y_{\theta,t}^h - Y_{i\theta}^h) \quad (\forall t > 1, h=l)$$

$$I_{it}^h = W_{ih} + R_{iht} - \sum_{\theta \in I} \sum_{k=1}^{\min\{T-t,K\}} (X_{i\theta}^{hk} + V_{i\theta}^k) + \sum_{\theta \in I} (Y_{\theta,t}^h - Y_{i\theta}^h) \quad (\forall t=1, h=l)$$

Nota: También podían definir esta última como $I_{i0}^h = W_{ih}$ y dejar la anterior para todo t .

e. Demanda económicos:

$$X_{ijt}^{ek} + V_{ijt}^k = \mu_{ijt}^{ek} - S_{ijt}^{ek} \quad (\forall i, j \in I, k \in \{1, \dots, K\}, t \in \{1, \dots, T\})$$

f. Demanda lujosos:

$$X_{ijt}^{lk} + A_{ijt}^k = \mu_{ijt}^{lk} - S_{ijt}^{lk} \quad (\forall i, j \in I, k \in \{1, \dots, K\}, t \in \{1, \dots, T\})$$

g. Nivel de servicio:

$$\sum_{i,j,k} S_{ijt}^{lk} \leq 0,02 * \sum_{i,j,k} \mu_{ijt}^{lk} \quad (\forall t \in \{1, \dots, T\})$$

h. Factibilidad de envíos:

$$Y_{ijt}^h \leq M * f_{ij} \quad \forall i, j \in I, h \in \{e, l\}, t \in \{1, \dots, T\}, M \gg 0$$

i. Capacidad almacenaje:

$$\sum_h I_{it}^h \leq H_i + E_i * Z_{it} \quad \forall i \in I, t \in \{1, \dots, T\}$$

j. Presupuesto:

$$\sum_{i,j,t,h} CT_{ijt}^h * Y_{ijt}^h \leq B$$

Función objetivo:

$$\begin{aligned} \max \{ & \sum_{i,j,k,t} (X_{ijt}^{ek} + V_{ijt}^k) p_{ijt}^{ek} + \sum_{i,j,k,t} (X_{ijt}^{lk} + A_{ijt}^k) p_{ijt}^{lk} - \sum_{ijkth} S_{ijt}^{hk} CD - \sum_{ijkt} A_{ijt}^k CA_{ijt}^k \\ & - \sum_{ijkt} Y_{ijt}^h CT_{ijt}^h - \sum_{ith} I_{it}^h CI_i - \sum_{it} Z_{it} CF_{it} \} \end{aligned}$$

Dudas y/o comentarios a:
André Carboni
andre@carboni.cl