

FI723: Teoría Cuántica de Campos– Tarea 3

Sistemas fermionicos

Prof. Álvaro S. Núñez

1. Estados electrónicos en el grafeno

Reproduzca los resultados del paper de Gordon W. Semenoff: Phys. Rev. Lett. 53, 2449 - 2452 (1984), titulado: Condensed-Matter Simulation of a Three-Dimensional Anomaly.

2. “Molécula de Hidrogeno”

Consideremos el siguiente modelo, altamente simplificado, del Hamiltoniano de una molécula de Hidrogeno.

$$\mathcal{H} = \epsilon \sum_{\sigma} (\mathbf{n}_{1\sigma} + \mathbf{n}_{2\sigma}) - t \sum_{\sigma} (\mathbf{c}_{1\sigma}^{\dagger} \mathbf{c}_{2\sigma} + \mathbf{c}_{2\sigma}^{\dagger} \mathbf{c}_{1\sigma}) + U (\mathbf{n}_{1\uparrow} \mathbf{n}_{1\downarrow} + \mathbf{n}_{2\uparrow} \mathbf{n}_{2\downarrow}) \quad (1)$$

1. Entregue una interpretación cualitativa de cada término. ¿Qué “detalles” de una verdadera molécula espera que este Hamiltoniano sea incapaz de describir?
2. Muestre que este Hamiltoniano conmuta con el operador de número total de partículas.

$$\mathbf{N} = \sum_{\sigma} (\mathbf{n}_{1\sigma} + \mathbf{n}_{2\sigma}) \quad (2)$$

Determine la dimensión de cada sub-espacio de Hilbert definido por el número de partículas fijo.

3. Considere el caso $U = 0$. Determine el estado fundamental correspondiente a cada valor de expectación de \mathbf{N} permitido.
4. Ahora focalizandose en el caso $\langle \mathbf{N} \rangle = 2$ use la simetría de inversión para diagonalizar el sistema a bloques de 2×2 .
5. Grafique los autovalores en función de U/t .

3. Modelos s-d

Es común encontrar sistemas en la naturaleza, donde estados electrónicos con interacciones débiles co-existen con estados de interacciones muy fuertes. Dichos sistemas poseen una gran riqueza y presentan una fenomenología muy compleja. Para estudiarlos es común hacer uso del modelo s-d:

$$\mathcal{H} = \sum_{\sigma} (\epsilon_s \mathbf{a}_{\sigma}^{\dagger} \mathbf{a}_{\sigma} + \epsilon_f \mathbf{f}_{\sigma}^{\dagger} \mathbf{f}_{\sigma} + V (\mathbf{f}_{\sigma}^{\dagger} \mathbf{a}_{\sigma} + \mathbf{a}_{\sigma}^{\dagger} \mathbf{f}_{\sigma})) + U \mathbf{f}_{\uparrow}^{\dagger} \mathbf{f}_{\downarrow} \mathbf{f}_{\downarrow}^{\dagger} \mathbf{f}_{\uparrow} \quad (3)$$

1. Entregue una interpretación física de cada término en este Hamiltoniano.
2. Considere un sistema con dos electrones. Diagonalice el Hamiltoniano en los límites $U \gg V$ y $U \ll V$. Ponga especial atención a la supresión de estados doblemente ocupados y el carácter spinorial de los estados. Estudie el sistema para varios valores de $(\epsilon_s - \epsilon_f)/V$.