Pauta Control 2, Física Contemporánea FI34A-01 (2008)

Profesor Claudio Romero, Auxiliares Jocelyn Dunstan y Carolina Milad

PREGUNTA 1

Queremos describir el evento: "encendido de las luces" en los sistemas S (de laboratorio) y S' (que se mueve con rapidez $3/5c$ en la dirección que va desde A hasta B).

Por simplicidad podemos escoger que en $t = 0$ se encienden las luces según un observador en S, es decir, $t_A = t_B = 0$ y que además el poste A está ubicado en $x_A = 0$ y el segundo en $x_B = 4[Km]$.

Por otra parte, podemos suponer que en t=0 sincronizamos los relojes y que ambos orígenes coinciden: $t_A = t'_A = 0$ y $x_A = x'_A = 0$. Por lo tanto, basta con hacer una transformación de Lorentz para averiguar en que momento se enciende la luz en B:

$$t'_B = \frac{t_B - (v/c^2)x_B}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{-3/5c \;\; 4[Km]}{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = -10^{-5}[s]$$

Por lo tanto, el observador en S' mide que la luz en B se prende primero, y que la luz en A lo hace $10^{-5}[s]$ después.

- -0.5 por no explicar las suposiciones.
- -0.5 por un error algebraico simple.
- -0.5 por no conocer el valor de c.

PREGUNTA 3

Sabiendo que en el sistema de referencia de laboratorio se tiene una partícula de masa m aproximándose con rapidez rapidez u a una partícula idéntica en reposo, de modo que la velocidad de la partícula es paralela a la linea que las une, tenemos que el cuadrimomentum de ambas partículas en este sistema es:

$$p^\mu = (mc^2 + m\gamma_u c^2, m\gamma_u \vec{u})$$

Usando las transformaciones de enegía y momentum podemos escribir p^μ visto desde el sistema centro de momentum. En efecto:

$$\begin{aligned} E^{cm} &= \gamma_{cm}(E - V_{cm}P_x) \\ P_x^{cm} &= \gamma_{cm}(P - V_{cm}E/c^2) \end{aligned}$$

en donde se ha llamado x a la dirección que une ambas partículas. Por lo tanto:

$$p^\mu_{cm} = (\gamma_{cm}[mc^2(1+\gamma_u) - V_{cm}m\gamma_u u], \gamma_{cm}[m\gamma_u u - V_{cm}m(1+\gamma_u)])$$

Imponiendo que en este sistema $\vec{p}_{cm} = 0$ se tiene:

$$\begin{aligned} m\gamma_u u - V_{cm}m(1+\gamma_u) = 0 \\ \implies \quad \vec{V}_{CM} = \frac{\gamma_u \vec{u}}{1+\gamma_u} \end{aligned}$$

Nótese que en este resultado recuperamos el valor clásico $\vec{V}_{cm} = \vec{u}/2$. Para calcular la velocidad de las partículas en este nuevo sistema simplemente hacemos una transformación de velocidades:

$$u'_x = \frac{u_x - V_{cm}}{1 - u_x V_{cm}/c^2}$$

Si llamamos, en el sistema de laboratorio, A a la partícula que se mueve con $\vec{u}$ y B a la que está en reposo se obtiene que las velocidades en el CM son:

$$\begin{aligned} v_A^{cm} &= \frac{\vec{u}}{1 + \sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ v_B^{cm} &= \frac{-\vec{u}}{1 + \sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned}$$

Finalmente las energías de las partículas en el sistema CM son:

$$\begin{aligned} E_A^{cm} &= m\gamma_A c^2 \\ E_B^{cm} &= m\gamma_B c^2 \end{aligned}$$

`Nota: Esta es solo una de las posibles formas de resolver este problema. Escrita por Jocelyn Dunstan.`