

Resolución Problema 2, Control 1, Física Contemporánea

Profesor Claudio Romero, Auxiliares Jocelyn Dunstan y Carolina Milad
(Dated: 12 de Septiembre de 2008)

PARTE (A) - (1.5 PUNTOS)

Puesto que la onda que incide desde el vacío es una onda plana de frecuencia ω y con vector de onda $\vec{k} = k\hat{z}$, podemos escoger que el campo eléctrico apunte según \hat{x} , de modo que la forma general del campo eléctrico incidente es:

$$\vec{E}_i = E_i e^{i(kz - \omega_i t)} \hat{x}$$

En el medio conductor se cumple la ecuación de ondas:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Buscando soluciones tipo onda plana

$$\vec{E}_T = \vec{E}_T e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_T t)}$$

Se obtiene que la forma del campo eléctrico para la onda transmitida que se propaga según \hat{z} es:

$$\vec{E}_T = E_T e^{-z/\delta} e^{i(z/\delta - \omega_T t)} \hat{x}$$

donde $k = \sqrt{\mu\sigma\omega_T/2}$ y $\delta = 1/k$.

PARTE (B) - (1.5 PUNTOS)

Para encontrar la velocidad de propagación basta notar que para garantizar que las condiciones de borde se satisfacen en todo tiempo $\omega_i = \omega_T = \omega$, por lo que la velocidad de propagación es:

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$$

PARTE (C) - (3.0 PUNTOS)

De las ecuaciones de Maxwell $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ y $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, se obtienen las condiciones de borde:

$$D_{1n} = D_{2n} \quad B_{1n} = B_{2n}$$

Y de las otras dos ecuaciones se tiene:

$$E_{1t} = E_{2t} \quad H_{1t} = H_{2t}$$

Puesto que la incidencia es normal, el vector campo eléctrico no tiene componente normal al plano de incidencia, por lo que las condiciones de borde se reducen a:

$$\begin{aligned} E_I + E_R &= E_T \\ \frac{k}{\mu\omega} (E_I - E_R) &= \frac{k'}{\mu'\omega} E_T \end{aligned}$$

Luego de un poco de álgebra recuperamos las relaciones usuales:

$$\begin{aligned} \frac{E_T}{E_i} &= \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon'/\mu'}} \\ \frac{E_R}{E_i} &= \frac{1 - \sqrt{\epsilon'/\mu'}}{1 + \sqrt{\epsilon'/\mu'}} \end{aligned}$$