

Clase Auxiliar 5, Física Contemporánea FI34A

Profesor Claudio Romero
Auxiliares Carolina Milad y Jocelyn Dunstan.

10 de Septiembre de 2008

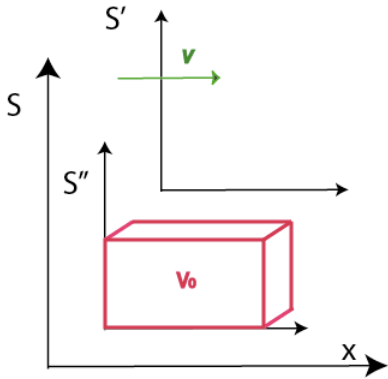
En el sistema de referencia S, un cuerpo rígido de volumen propio V_0 , se desplaza con velocidad constante $\vec{u} = u\hat{x}$.

Un observador en el sistema S', que se desplaza con velocidad constante $\vec{v} = v\hat{x}$ respecto a S intenta medir el volumen en movimiento. Demuestre que la relatividad especial predice el valor:

$$V_0 \frac{\sqrt{(c^2 - v^2)(c^2 - u^2)}}{c^2 - uv}$$

como resultado de la medida. (**Control 1, primavera 1995, profesor Patricio Martens**)

Solución



Sea S'' el sistema solidario al volumen (es en este sistema en donde el volumen del objeto es V_0). Debido a que cualquier volumen arbitrario puede ser descompuesto en pequeños cubos, demostraremos lo pedido suponiendo que se trata de un cubo, es decir, $V_0 = L''_x \times L''_y \times L''_z$.

Luego, se puede calcular la velocidad con que se mueve el objeto con respecto al sistema S' usando la composición de velocidades, de modo que el objeto se mueve con respecto a S' con:

$$\bar{v} = \frac{c^2(u - v)}{c^2 - vu}$$

Es de esta manera que podemos reducir el problema a dos sistemas de referencia: S' y S''. ¿Qué volumen se mide en S'?

$\Delta x'' = \bar{\gamma}(\Delta x' + v\Delta t')$ pero si medimos en S', $\Delta t' = 0$, por lo tanto:

$$\Delta x'' = \bar{\gamma}\Delta x' \implies L''_x = \frac{1}{\bar{\gamma}}L'_x \implies V'_0 = \bar{\gamma} V_0$$

donde $\bar{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{\bar{v}^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{(c^2 - v^2)(c^2 - u^2)}{(c^2 - uv)^2}}$ y por lo tanto se demostró lo pedido.