Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor: Nelson Zamorano
Profesor Auxiliar: Ariel Órdenes

INDICACIONES:

Fecha de Entrega: Lunes 10 de Nov., hasta las 10 horas.

El objetivo de esta tarea es estudiar aplicaciones de la ecuación de Schrödinger: el átomo de hidrógeno y un modelo de metales.

PROBLEMA # 1

a.- Escriba la ecuación de Schrödinger en coordenadas esféricas para un potencial que depende sólo del radio.(No se pide que la deduzca a partir de las coordenadas cartesianas).

b.- Suponiendo una factorización de la solución de la forma $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\, Y(\theta, \phi)$ demuestre que se puede descomponer en dos ecuaciones, una que depende sólo de la variable radial y otra que depende de las variables angulares θ y ϕ. De acuerdo a la convención, defina la constante de separación como $\ell\,(\ell + 1)$.

c.- La parte angular de la ecuación de Schrödinger se factoriza como $Y(\theta, \phi) = \Phi(\phi)\, P_\ell^m(\theta)$. Escriba las ecuaciones diferenciales que cumple cada una de estas funciones y resuelva la correspondiente a Φ explicando claramente las condiciones de borde que impone allí. Escriba la ecuación correspondiente a la dependencia en θ y describa las condiciones que aparecen sobre los números ℓ y m.(Explique en palabras cuáles son las condiciones que cumple y de donde se desprenden.)

d.- Como una forma de usar estas funciones se le pide discutir la paridad (reflexión alrededor del origen) de las funciones angulares $Y_{\ell,\, m}(\theta, \phi)$.

Compruebe la fórmula general $Y_{\ell,\, m}(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^\ell\, Y_{\ell,\, m}(\theta, \phi)$ para el caso particular $Y_{1,\,1}$. ¿Por qué es relevante estudiar paridad? (Averígüelo).

PROBLEMA # 2

a.- Resuelva la ecuación anterior para el caso $\ell = 0$ y el potencial de Coulomb: $V(r) = -Z\, e^2/(4\,\pi\,\epsilon_o\, r)$.

b.- Escriba la función amplitud de probabilidad para este caso: $\Psi_{1\,0\,0} = ?$. Note que la parte angular de la función $Y_{\ell=0,\, m=0}$ es $1/\sqrt{4\,\pi}$ (Pruébelo).

PROBLEMA # 3

Grafique

$$\cos(K\,a) = \cos(ka) - \frac{P}{k\,a}\,\sin(k\,a)$$

.

Señale el origen (potencial que la generó) y las suposiciones involucradas en la obtención de ésta.

Interprete las consecuencias físicas que contiene esta ecuación y qué representa el valor de la constante P que aparece en ella. (Para el gráfico utilice $P = 1$).