FI 2A2 ELECTROMAGNETISMO
Clase 24
Campos Variables en el Tiempo-III

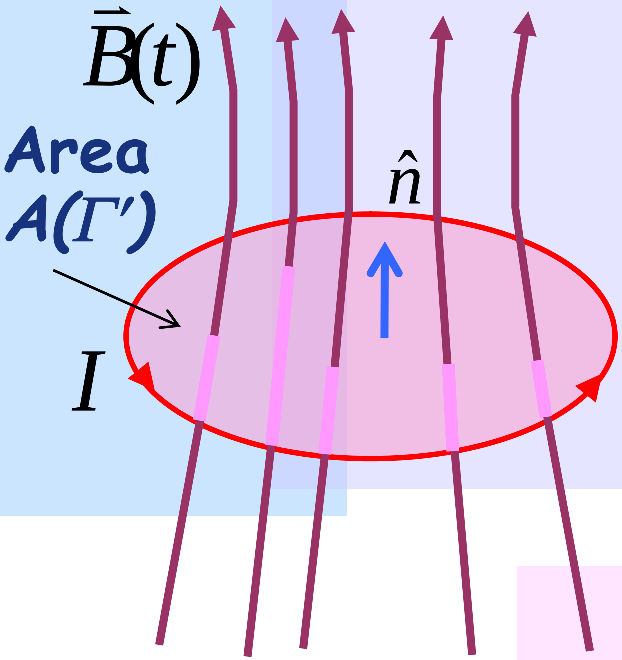
LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

INDICE

- Inductancia propia
- Inductancia mutua
- Corriente de Desplazamiento

Inductancia Propia

Campo producido SOLO por *I*

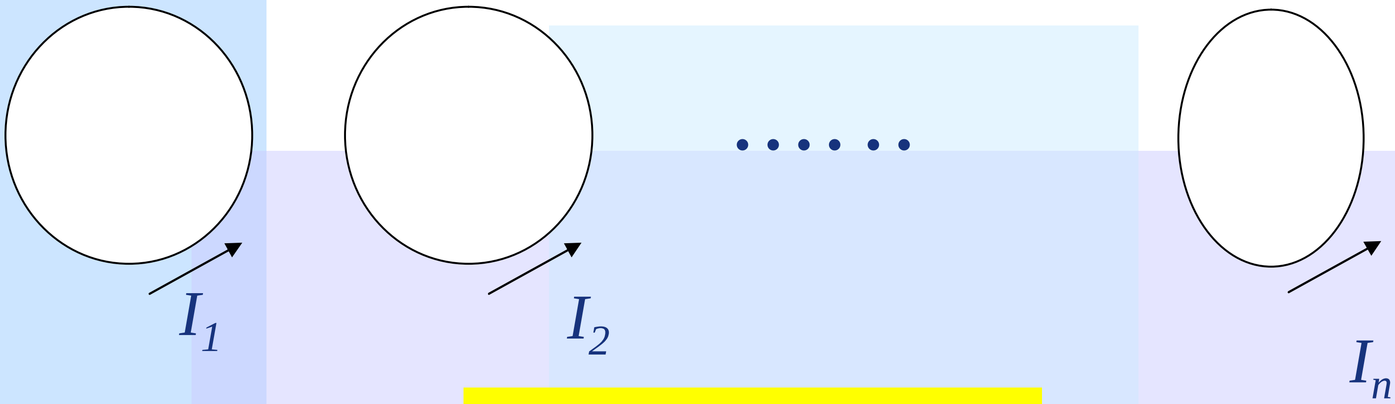


Inductancia propia del circuito

$$L \equiv \frac{\phi}{I} = \iint_A \left(\oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 d\vec{l}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{4\pi \left\| \vec{r} - \vec{r}\,' \right\|^3} \right) \bullet d\vec{s}$$

- NO depende de la corriente
- ni del flujo,
- Depende de la geometría
- [L]=Henry [H]

Inductancia mutua



n circuitos

Sea ϕ_{jk} el flujo magnético que atraviesa el circuito j debido SOLO a la corriente que circula por el circuito k

Inductancia mutua entre el circuito j y k $\quad Ljk = \dfrac{\phi_{jk}}{I_k}$

Se cumple $L_{jk} = L_{kj}$ PROBARLO!

Corriente de Desplazamiento

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

4ª Ecuación de Maxwell

$$\underbrace{\nabla \cdot \left(\nabla \times \vec{H} \right)}_{\text{Nulo}} = \nabla \cdot \vec{J}$$

Tomando la divergencia

$$0 = \nabla \cdot \vec{J}$$

Pero por la ecuación de continuidad se cumple

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Luego hay una contradicción !?#@

Corriente de Desplazamiento

Cuando no hay corriente $\vec{J} = 0$, pero Si hay campos eléctricos variables se encuentra experimentalmente la relación

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Así, el termino $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ debe sumarse a la 4ª ecuación, lo que da finalmente:

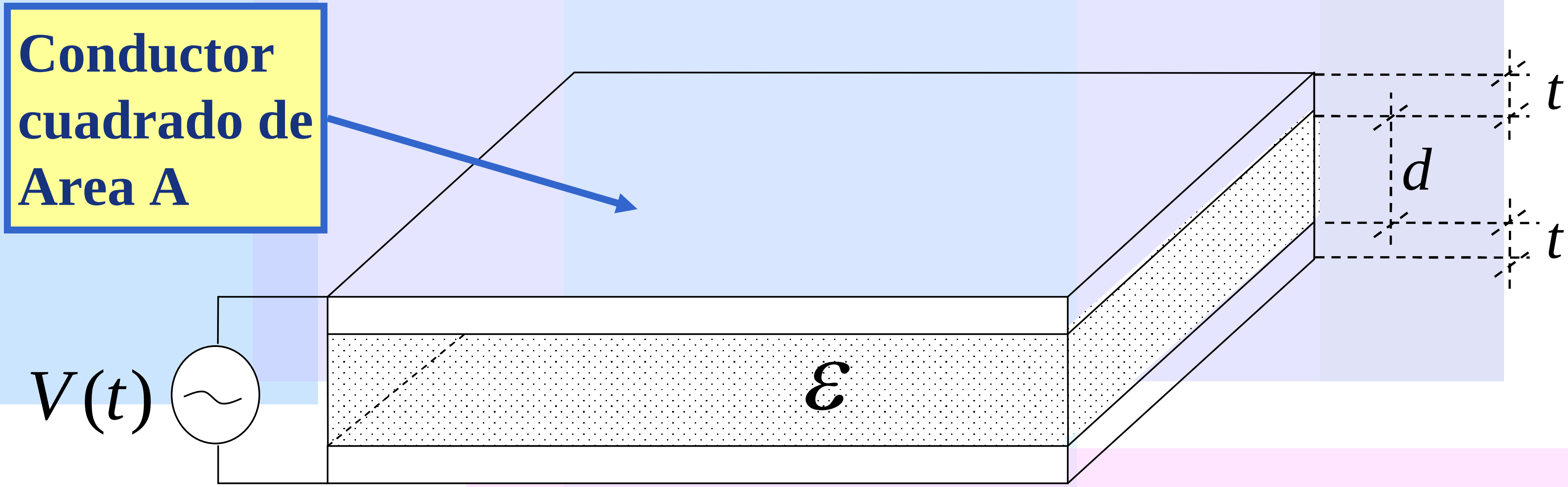
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

4ª Ecuación de Maxwell

Corriente de desplazamiento

Corriente de Desplazamiento

Ejemplo 3. Calcular corriente de desplazamiento en el interior del condensador alimentado por sinusoide

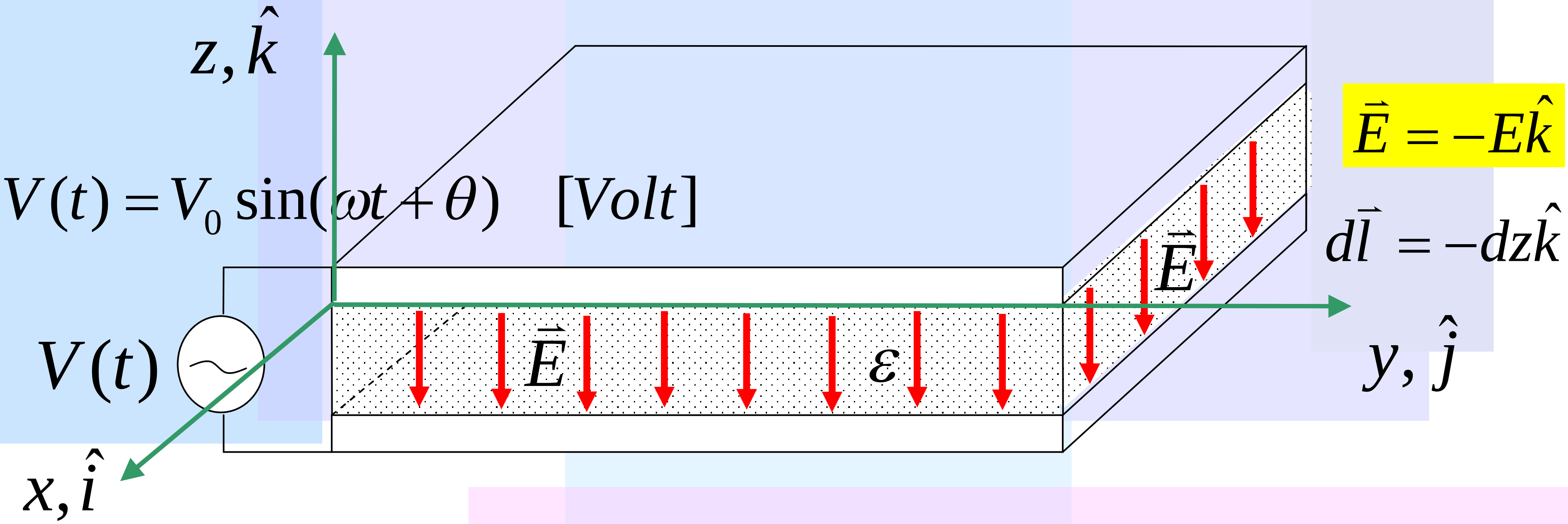


$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \theta) \quad [Volt]$$

Corriente de Desplazamiento

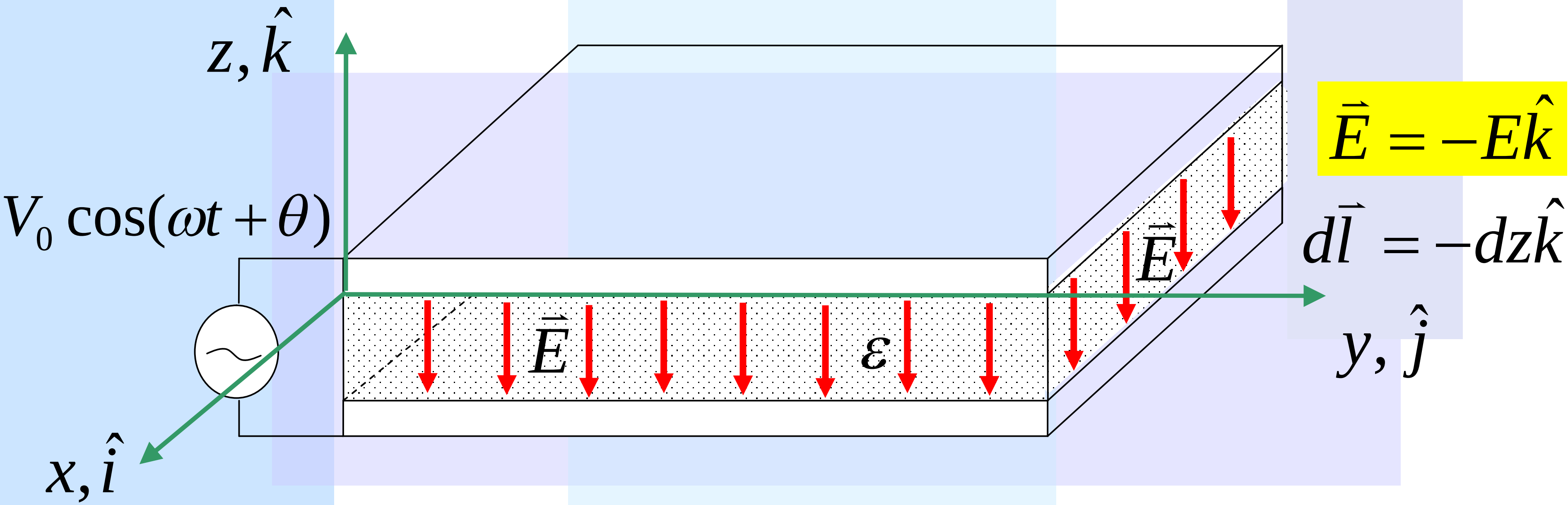
Corriente de desplazamiento $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ **usamos** $\vec{D} = \varepsilon\,\vec{E}$

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \theta) \quad [Volt]$$



Además $V(z_1) - V(z_2) = \displaystyle\int_{z=z_1}^{z=z_2} \vec{E} \bullet d\vec{l} \;\Rightarrow\; V(t) = -\int_{z=0}^{z=-d} \vec{E} \bullet d\vec{l} = Ed$

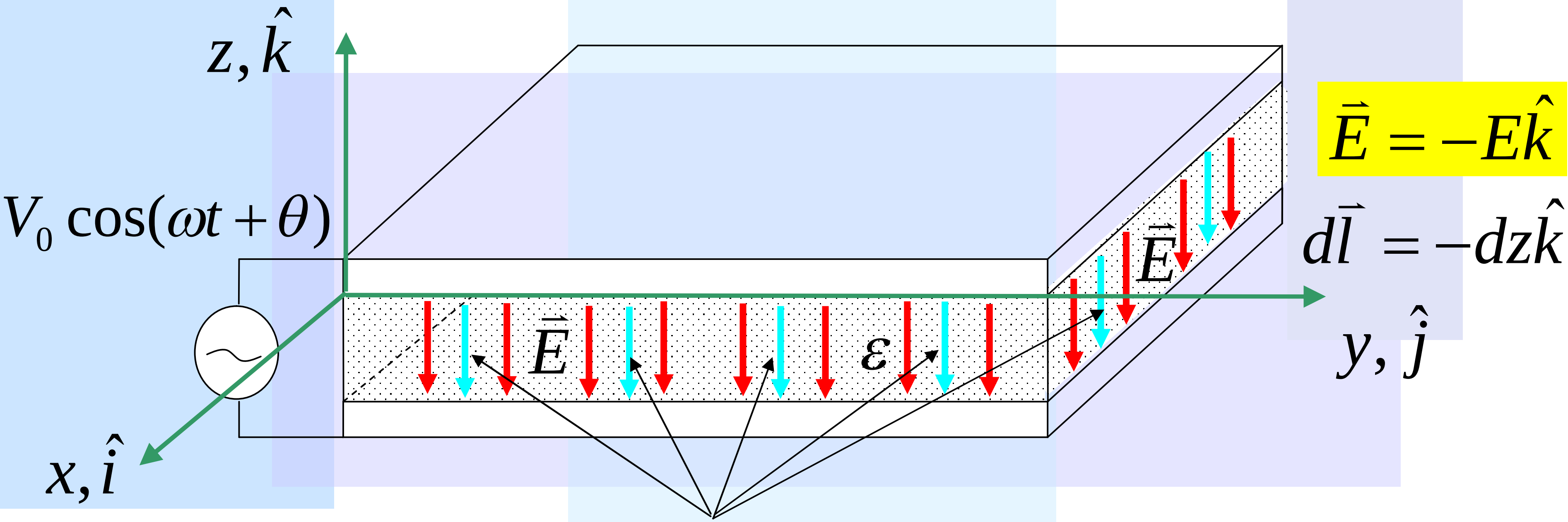
Corriente de Desplazamiento



$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{V_0}{d}\sin(\omega t + \theta)\hat{k} \Rightarrow \vec{D} = -\frac{\varepsilon V_0}{d}\sin(\omega t + \theta)\hat{k}$$

$$\therefore \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\frac{\omega \varepsilon V_0}{d}\cos(\omega t + \theta)\hat{k}$$

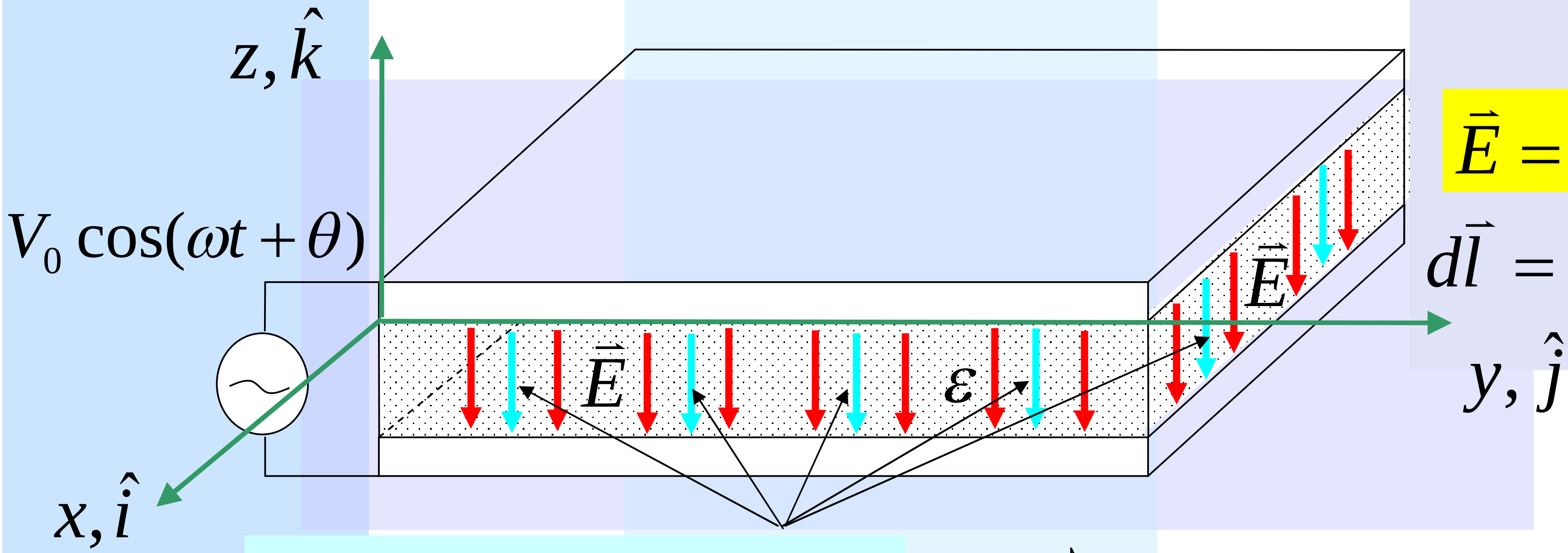
Corriente de Desplazamiento



$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\frac{\omega \varepsilon V_0}{d} \cos(\omega t + \theta)\hat{k} \equiv \vec{J}_D$$

Corriente de desplazamiento

Corriente de Desplazamiento



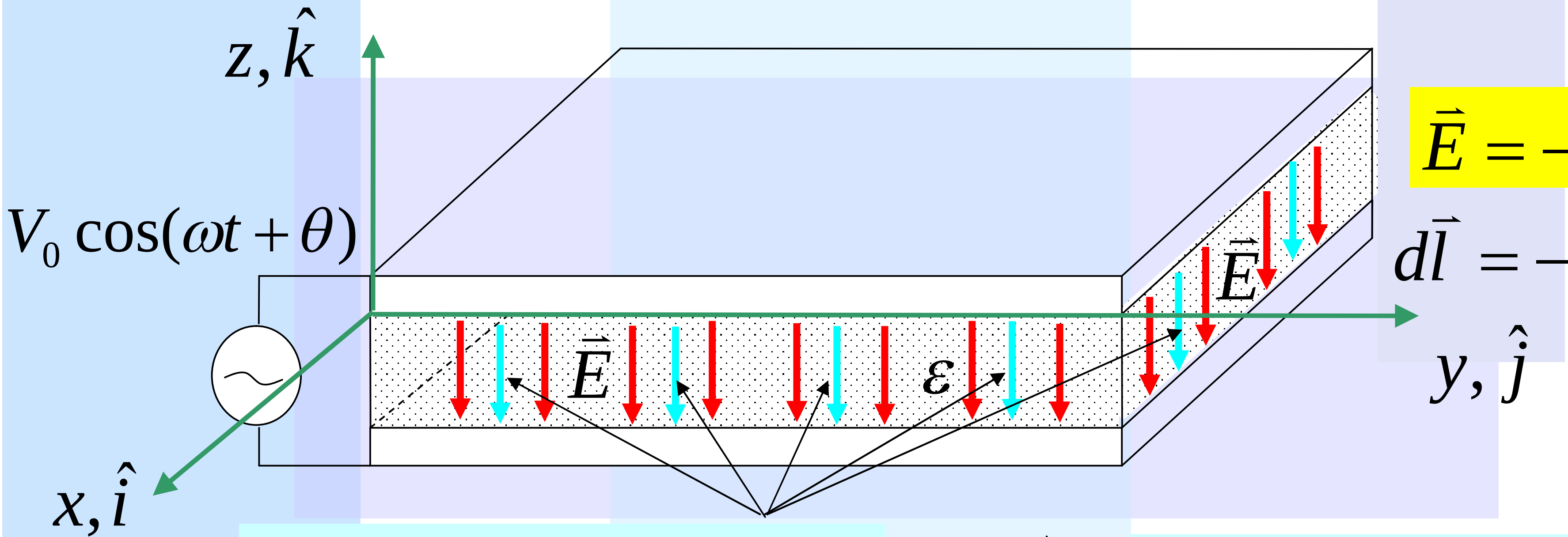
$$\vec{E} = -E\hat{k}$$

$$d\vec{l} = -dz\hat{k}$$

$$\vec{J}_D = -\frac{\omega \varepsilon V_0}{d} \cos(\omega t + \theta)\hat{k} \quad \Rightarrow \quad I_D = \iint_A \vec{J}_D \bullet d\vec{s}$$

$$I_D = \iint_A -\frac{\omega \varepsilon V_0}{d} \cos(\omega t + \theta)\hat{k} \bullet ds(-\hat{k}) = \frac{A\varepsilon}{d} \omega V \cos(\omega t + \theta)$$

Corriente de Desplazamiento



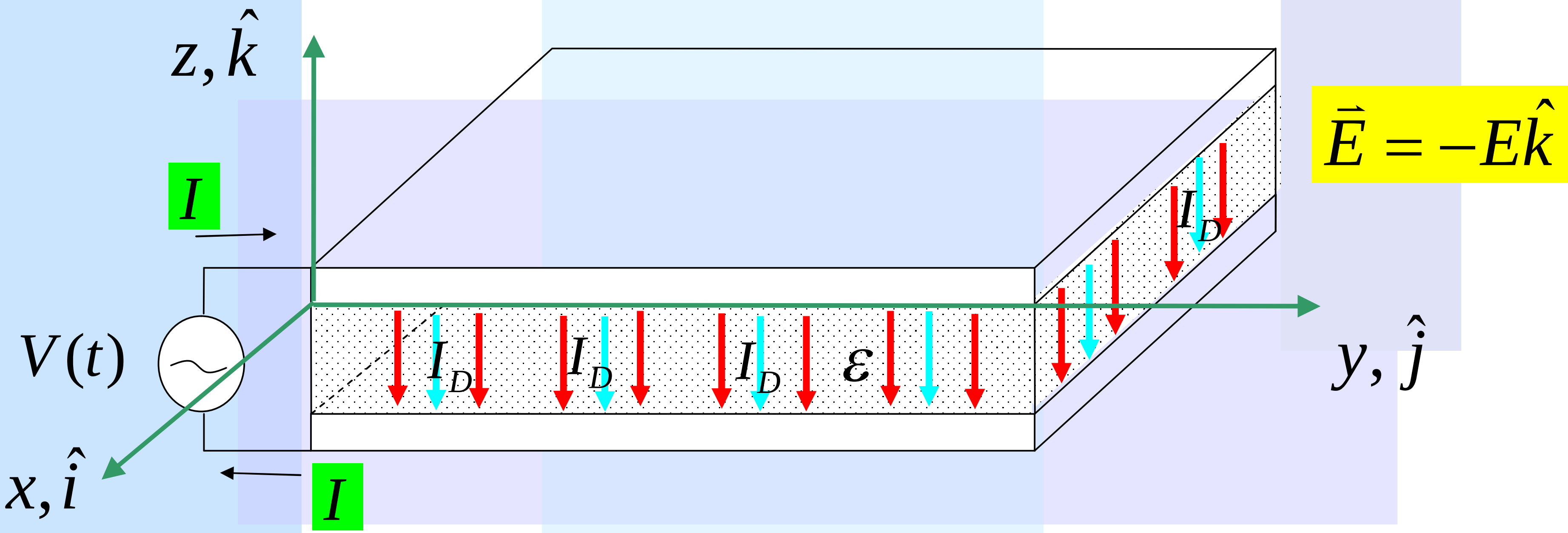
$$\vec{E} = -E\hat{k}$$

$$d\vec{l} = -dz\hat{k}$$

$$\vec{J}_D = -\frac{\omega \varepsilon V_0}{d}\cos(\omega t + \theta)\hat{k} \;\Rightarrow\; I_D = \frac{A\varepsilon}{d}\omega V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

$$C = \frac{A\varepsilon}{d} \Rightarrow I_D = C\omega V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

Corriente de Desplazamiento



Ecuación característica del condensador $Q = CV$

Ecuación de corriente $I = \dfrac{dQ}{dt} = C\dfrac{dV}{dt}$

$$\Rightarrow \quad I = C\omega V_0 \cos(\omega t + \theta) \qquad \therefore \quad I = I_D$$

Fuerza de Lorentz

$$\underbrace{\vec{F} = q\vec{E}}_{\text{Producida por campo eléctrico}} + \underbrace{q\vec{u} \times \vec{B}}_{\text{Producida por campo magnético}}$$

Fuerza de Lorentz

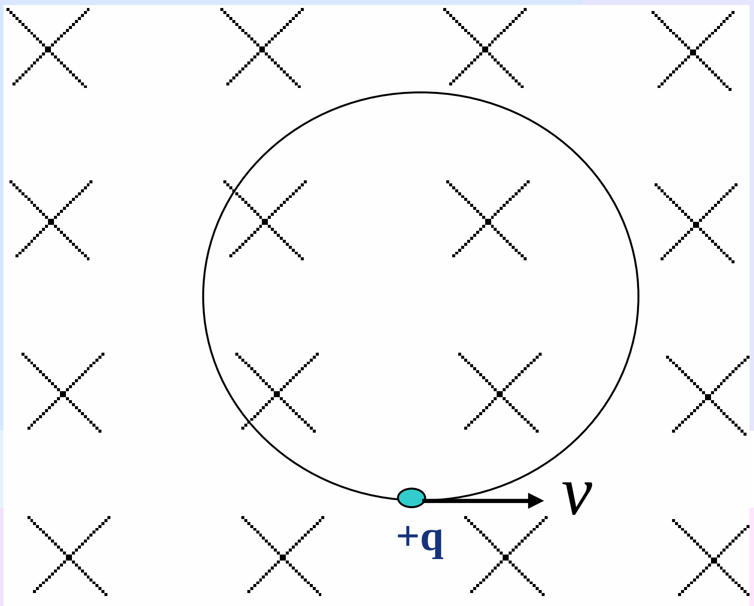
Cargas en campos magnéticos

$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

Fuerza de Lorentz

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$



$\vec{B}$

Trayectoria circular

Cargas en campos magnéticos

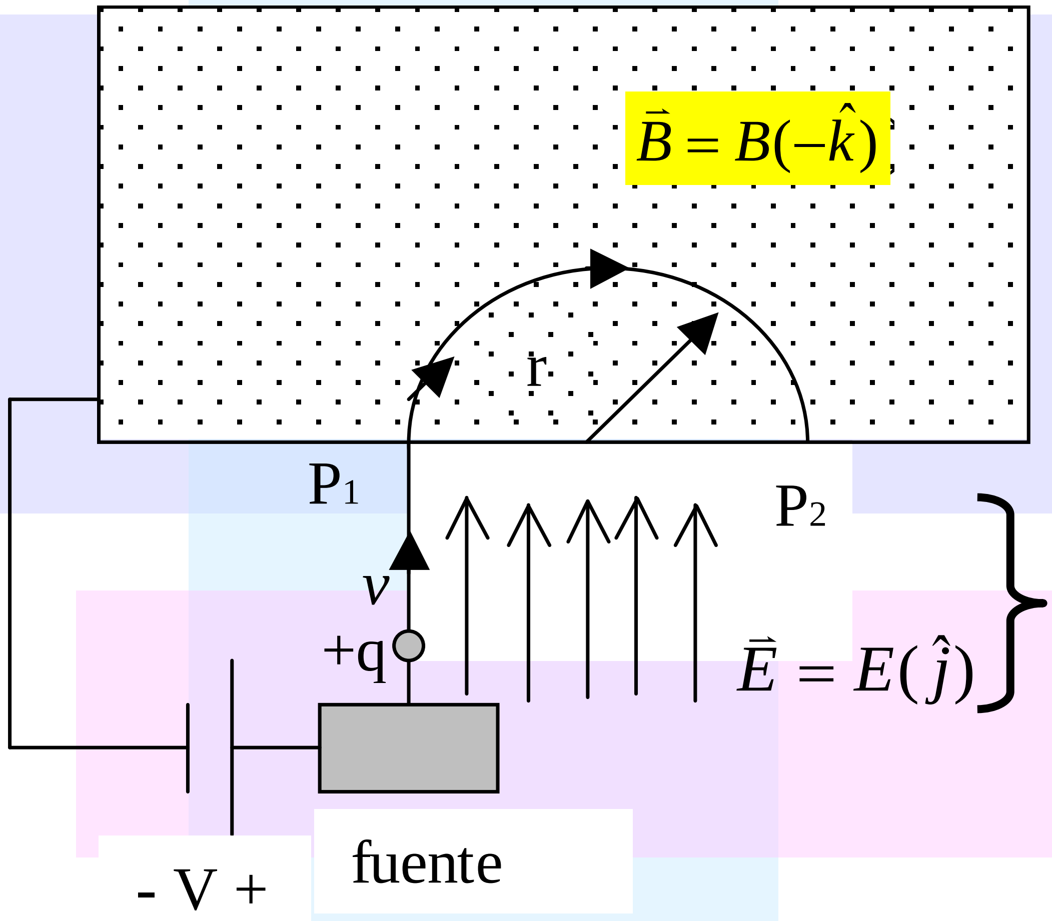
$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Radio r depende de la razón masa/carga

Espectrógrafo de Masas



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

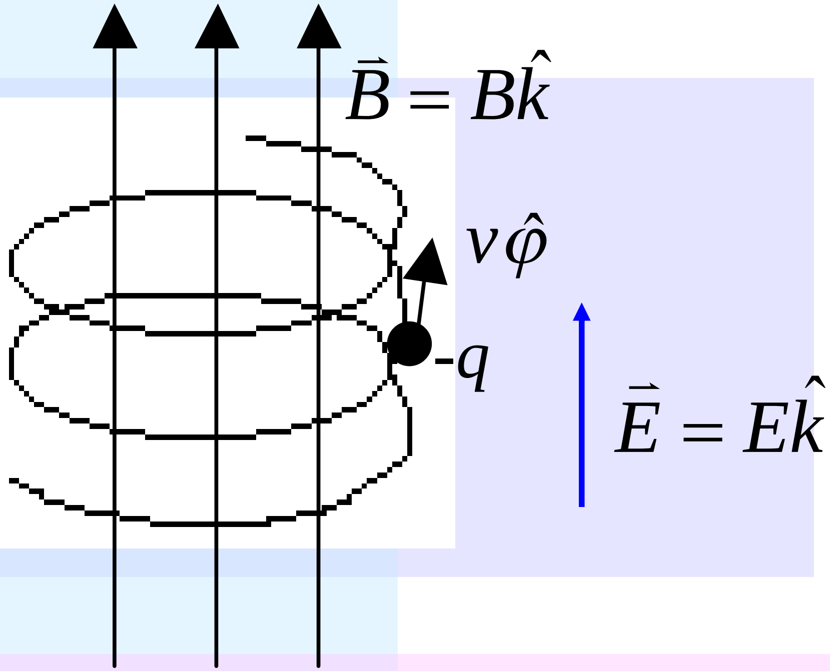
Campo eléctrico acelera las cargas

Cargas en Campos Magnéticos

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$



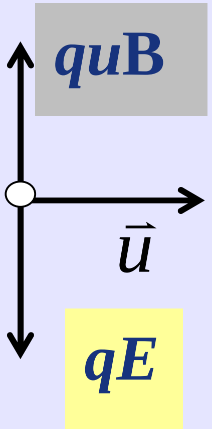
Trayectoria helicoidal

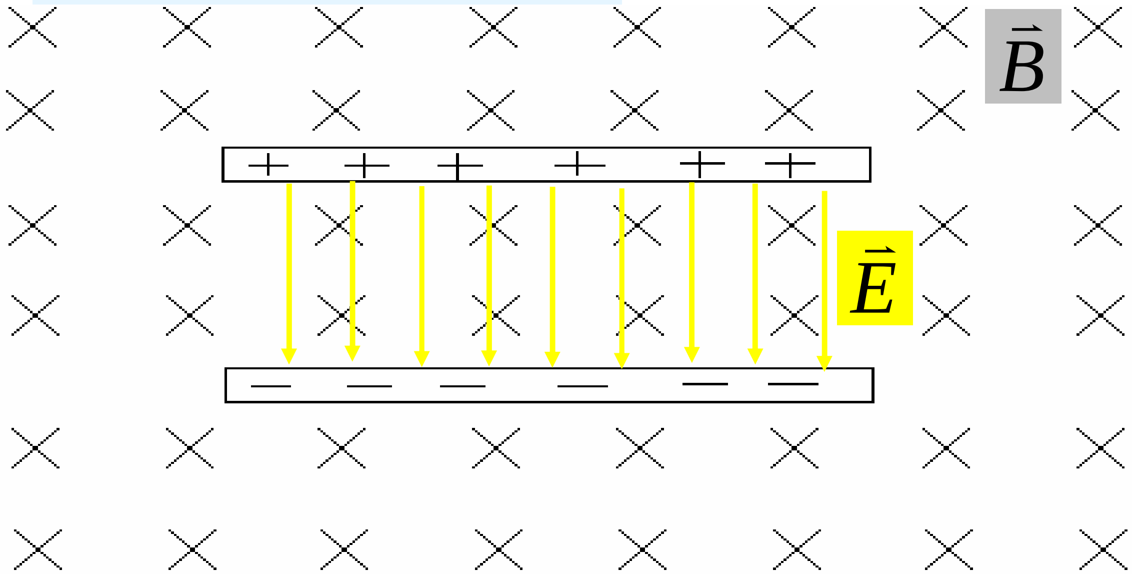
Cargas en Campos Magnéticos

Selector de Velocidades

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

Fuerza y velocidad





$$\vec{F} = 0 \Rightarrow q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = 0$$

$$\therefore \quad u = \frac{B}{E}$$

Independiente de la masa y carga