

# Clase Auxiliar FI2A1 Mecánica

Profesor: Luis Rodriguez

Auxiliares: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

16/Octubre/2008

**P1.** Considere un cuerpo en el espacio, cuya masa  $M$  está uniformemente distribuida en forma de un anillo de radio  $R$ . Una partícula de masa  $m$  se encuentra atrapada por la fuerza de atracción gravitacional que ejerce este cuerpo anular, moviéndose a lo largo de la línea recta perpendicular al plano del anillo y que pasa por su centro (ver figura). Para este caso, considere  $M \gg m$ .

a) Demostrar que la fuerza de atracción gravitacional que el anillo ejerce sobre la partícula tiene la expresión:

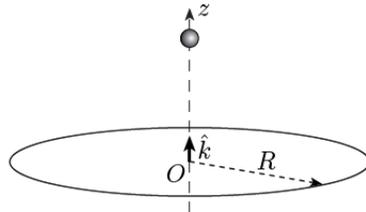
$$\vec{F}(z) = -\frac{GMmz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}$$

donde la coordenada  $z$  y  $\hat{k}$  se indican en la figura.

b) Si la partícula se libera desde el reposo en  $z = R$ , calcule su velocidad cuando cruza el plano del anillo ( $z = 0$ ).

c) Si la partícula estuviera en reposo en la posición de equilibrio ( $z = 0$ ), calcule el periodo de las oscilaciones que se producen al dar un pequeño impulso a la partícula en dirección perpendicular al plano del anillo.

Hint: Calcule la componente de la fuerza de atracción en la dirección  $\hat{k}$  generada por un elemento diferencial de masa  $dM$  del anillo, y luego integre sobre el anillo para calcular la fuerza total de atracción.



**P2.** Considere una partícula de masa  $m$  que desliza sin roce, sobre una superficie horizontal, atada a una cuerda. Esta pasa por un agujero  $O$  y se une a un resorte de constante elástica  $k$ , colocado verticalmente debajo del agujero. Si el resorte se encontrara en su largo natural estando la cuerda extendida, la partícula se encontraría justo en  $O$ . En un cierto instante, la partícula se impulsa con velocidad  $v_0$  perpendicular a la cuerda, desde una distancia  $\rho_0$  del agujero.

Determine:

- Ecuación de movimiento de la partícula
- Relación entre  $v_0$  y  $\rho_0$  para que la órbita sea circular.
- Si la órbita circular es perturbada ligeramente en dirección radial, determine el periodo de pequeñas oscilaciones radiales.
- Determine si la órbita resultante es cerrada para el caso c).

