Clase Auxiliar FI2A1 Mecánica

Profesor: Luis Rodriguez

Auxiliares: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

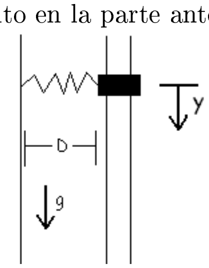
P.

Un anillo de masa m se encuentra en una barra vertical cuyo coeficiente de roce es descrita por $\mu = ay$ con a una constante positiva. Unida al anillo se encuentra un resorte de constante elástica k y largo natural $l_0 = 0$, que esta unida a una pared a una distandia D de la barra. Inicialmente, el anillo está en una posicion talque el resorte esta horizontal y tiene vlocidad nula. Se pide:

a) Encontrar la fuerza normal $\vec{N}$ y demostrar que es constante

b) encontrar la distancia máxima a la cual el anillo desciende

c) Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actuan sobre el anillo en el recorrido descrito en la parte anterior



<u>Solución</u>

a) para la fuerza de reacción normal, hacemos un D.C.L., donde se obtienen las ecuaciones

$$\hat{j} : mg - F_{r,y} - \mu N = m\ddot{y}$$

$$\hat{i} : N - F_{r,x} = m\ddot{x}$$

usando la geometría del problema, se puede apreciar que

$$F_{r,y} = k\delta_y = k\sqrt{D^2 + y^2}\frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}} = ky$$

$$F_{r,x} = k\delta_x = k\sqrt{D^2 + y^2}\frac{D}{\sqrt{D^2 + y^2}} = kD$$

reemplazando estos términos, y reconociendo que $\ddot{x} = 0$, se tiene que:

$$\hat{i} : N = F_{r,x} = kD = cte$$

b) Se debe recordar la definición de trabajo y el teorema del trabajo y la energía:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_{fuerzas\ no\ conservativas} = \triangle E$$

Notemos que la fuerza no conservativa del problema es la fuerza de roce, y su trabajo es:

$$W_{roce} = \int (-\mu N dy) = -\int_{y_0=0}^{y=y_{max}} aykDdy = -\frac{akD}{2} y_{max}^2$$

$$E_i = \frac{1}{2}kD^2 \wedge E_f = \frac{1}{2}k(D^2 + y_{max}^2) - mgy_{max}$$

$$\Rightarrow \triangle E = \frac{1}{2}ky_{max}^2 - mgy_{max} = -\frac{akD}{2}y_{max}^2$$

$$y_{max}(\frac{1}{2}k + \frac{akD}{2}) = mg \Rightarrow y_{max} = \frac{2mg}{k(1+aD)}$$

c) De todas las fuerzas, la normal no realiza trabajo por ser perpendicular al movimiento. Luego, para el resto de las fuerzas se tiene:

$$W_{resorte} = \int (-ky)dy = -\int_{y_0=0}^{y=y_{max}} kydy = -\frac{k}{2}(\frac{2gm}{k(1+aD)})^2$$

$$W_{resorte} = -\frac{2(mg)^2}{k(1+aD)^2}$$

$$W_{roce} = \int (-\mu N dy) = -\int_{y_0=0}^{y=y_{max}} aykDdy = -\frac{akD}{2}(\frac{2gm}{k(1+aD)})^2$$

$$W_{roce} = -\frac{2aD(mg)^2}{k(1+aD)^2}$$

$$W_{peso} = \int mgdy = mg(\frac{2gm}{k(1+aD)}) = \frac{2(mg)^2}{k(1+aD)}$$