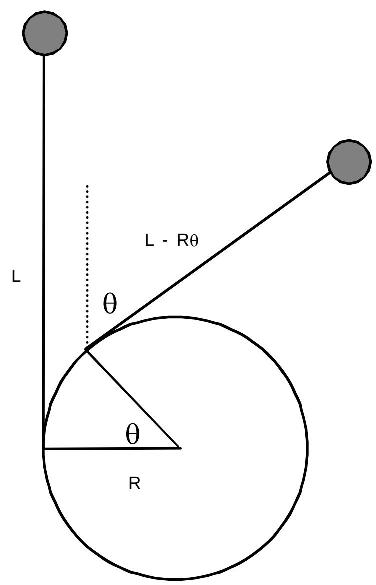
Problema (2) ustedes hicieron la pauta. Cada problema 1 p base más los indicados o según ustedes decidan para otros caminos. Por favor si hay errores lo arreglan...

1)



Se sabe que la rapidez es constante v_0

$$\begin{aligned} x &= R - R\cos\theta + (L - R\theta)\sin\theta \\ y &= R\sin\theta + (L - R\theta)\cos\theta \end{aligned} \qquad \text{(a) 1.5 p)}$$

derivando

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (L - R\theta)\dot{\theta}\cos\theta \\ \dot{y} &= (L - R\theta)\dot{\theta}\sin\theta \end{aligned} \qquad \text{(b) 1.5 p)}$$

entonces

$$v_0^2 = (L - R\theta)^2\dot{\theta}^2$$

despejando

$$\dot{\theta} = \frac{v_0}{L - R\theta} \qquad \text{(c) 1.5 p)}$$

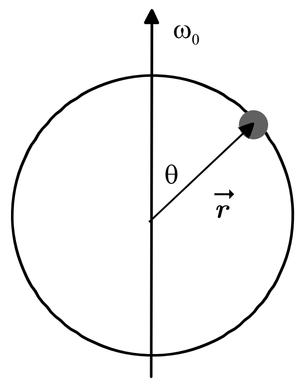
inicialmente $\theta(0) = 0$, integramos

$$L\theta - R\frac{\theta^2}{2} = v_0 t$$

, Solution is:

$$\begin{aligned} L - R\theta &= \sqrt{L^2 - 2Rv_0 t} \\ \theta &= \frac{1}{R}\left(L - \sqrt{L^2 - 2Rv_0 t}\right) \end{aligned} \qquad \text{(d) 1.5 p)}$$

3. Partícula se mueve vinculada a un aro liso de radio R cuyo plano es vertical (esto implica existencia de gravedad) y que rota en torno a su diámetro vertical por su centro con rapidez angular constante ω_0. En coordenadas esférica tendremos



$$r = R, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad \phi = \omega_0 t$$

Ecuaciones de movimiento (Una parte de la normal N_r es según $\hat{r}$ y la N_ϕ otra según $\hat{\phi}$)

$$\begin{aligned}
N_1 - mg\cos\theta &= m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta), \\
mg\sin\theta &= m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta), \\
N_\phi &= ma_\phi = m(2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta + r\ddot{\phi}\sin\theta).
\end{aligned}$$

Tenemos $\dot{r} = \ddot{r} = 0, \ddot{\phi} = 0$

$$\begin{aligned}
N_r - mg\cos\theta &= m(-R\dot{\theta}^2 - R\omega_0^2\sin^2\theta), & \text{(1 p)} \\
mg\sin\theta &= m(R\ddot{\theta} - R\omega_0^2\sin\theta\cos\theta), & \text{(1 p)} \\
N_\phi &= ma_\phi = 2mR\dot{\theta}\omega_0\cos\theta. & \text{(1 p)}
\end{aligned}$$

La partícula parte en el Ecuador ($\theta = \frac{\pi}{2}$) con $\dot{\theta} = 0$, podemos integrar la segunda

$$\begin{aligned}
g\sin\theta &= R\ddot{\theta} - R\omega_0^2\sin\theta\cos\theta \\
-g\cos\theta &= \frac{1}{2}R\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}R\omega_0^2\cos^2\theta
\end{aligned}$$

o sea

$$R\dot{\theta}^2 = -2g\cos\theta - R\omega_0^2\cos^2\theta \qquad \text{(a) 1.5 p)}$$

ahora despeje N_1 y N_2 reemplazando $\dot{\theta}$ y $\ddot{\theta}$

$$\begin{aligned}
N_r &= mg\cos\theta + m(-R\dot{\theta}^2 - R\omega_0^2\sin^2\theta) \\
&= 3mg\cos\theta + mR\omega_0^2\cos^2\theta - mR\omega_0^2\sin^2\theta \\
N_\phi &= 2mR\sqrt{-\cos\theta}\sqrt{\frac{2g + R\omega_0^2\cos\theta}{R}}\omega_0\cos\theta & \text{(b) 1.5 p)}
\end{aligned}$$