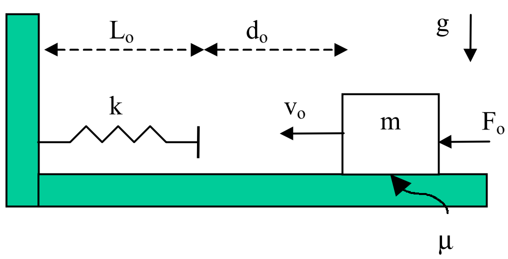
C: TRABAJO Y ENERGIA

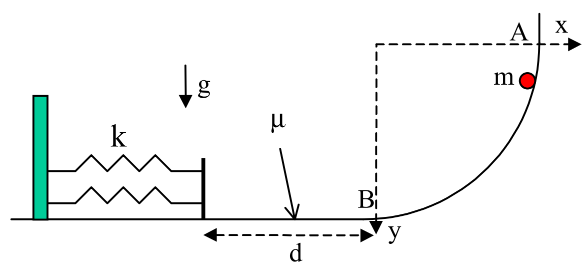
C.1.- Considere el movimiento de una partícula de masa *1 kg* que. se mueve bajo la acción de una fuerza especificada como $\vec{F} = x(y^2 + z^2)\hat{\imath} + y(x^2 + z^2)\hat{\jmath} + z(x^2 + y^2)\hat{k}$

a) calcule el trabajo realizado por la fuerza F entre *(0,0,0) y (1,1,1)*
b) ¿depende el trabajo de la trayectoria escogida?
c) con que rapidez se mueve la partícula en *(1,1,1)* si en *(0,0,0)* fue lanzada con una velocidad inicial de $v_0=(-1,-1,-1)$
d) determine el trabajo para llevar a la partícula entre *(-1,-1,-1) y (1,1,1)*

C.2.- Considere que el bloque de masa m en la figura se desplaza hacia el resorte bajo la acción de una fuerza constante F_o. En el instante inicial el bloque se encuentra a una distancia d_o del extremo de un resorte de largo natural L_o y constante elástica k, y se mueve con una rapidez v_o. Si en el momento de máxima deformación la fuerza F_o deja de actuar, determine la posición final de la masa con respecto a la pared. El coeficiente de roce estático y dinámico entre la superficie y la masa es μ y la constante elástica del resorte es k.



(Prob. C.2)



(Prob. C.3)

C.3.- Una partícula de masa m desliza sin roce por una rampa cuya forma está definida por la ecuación

$$\left[\frac{x-a}{a}\right]^2 + \left[\frac{y-b}{b}\right]^2 = 1$$

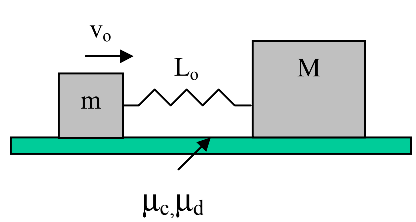
La partícula parte desde el reposo en el punto A y al alcanzar el punto B sigue deslizando sobre una superficie horizontal rugosa de largo d para finalmente chocar con la plataforma de masa despreciable que está fija a dos resortes, como se indica en la figura. Como resultado del impacto, la partícula se detiene cuando los resortes de comprimen una distancia δ. Considerando que la constante elástica de ambos resortes es k calcule el coeficiente de roce cinético que debe existir entre la partícula y la superficie horizontal.

C.4.- Se lanza una partícula de masa m verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial v. Suponiendo que. sobre la partícula actúa una fuerza de roce viscoso $F_v = bv^2$ donde b es una constante y v es la rapidez de la partícula, calcule:

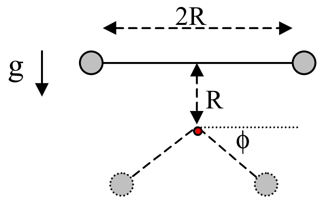
a) la rapidez de la partícula cuando vuelve al punto de partida.
b) el trabajo realizado por la fuerza de roce viscosa.

C.5.- En el instante representado en la figura, el bloque de masa M está detenido mientras que el bloque de masa masa m se está moviendo con una velocidad v_o hacia la derecha. Justo en este instante el resorte no está deformado. Los coeficientes de roce cinético y estático son μ_d y μ_c, respectivamente, y la constante elástica del resorte es k.

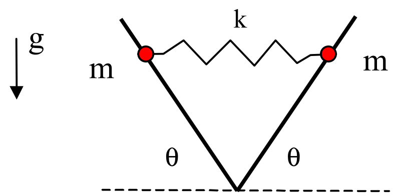
a) determine la comprensión máxima del resorte para que M no deslice
b) determine el valor máximo de la velocidad v_o si $M = 2m$, $\mu_d = 2\mu_c = 1$ y si M no desliza?



C.6.- Dos partículas de igual masa m están unidas entre si por una cuerda ideal de largo $2R$. El sistema se suelta a partir del reposo con la cuerda en posición horizontal, estirada y sin tensión. En ese instante el tope T, fijo con respecto al suelo, se encuentra a una distancia R por debajo del punto medio de la cuerda. Se sabe que el tope puede soportar una fuerza máxima de $(7/2)mg$. Determine el ángulo ϕ en el instante que se rompe la cuerda.



(Prob. C.6)



(Prob. C.7)

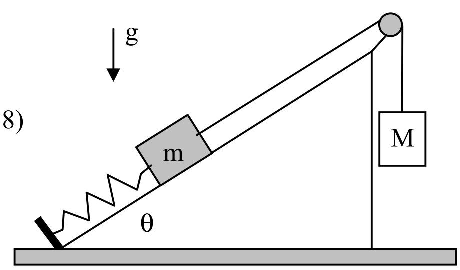
C.7.- Dos anillos de masa m cada uno, están unidos entre sí por un resorte de constante elástica k. Los anillos, deslizan con roce despreciable por sendas barras inclinadas en un ángulo θ con respecto a la horizontal. El sistema se suelta desde el reposo, en una posición donde el resorte no está deformado. Determine:

a) la posición de los anillos cuando el resorte alcanza la máxima compresión.
b) la rapidez máxima de los anillos y la posición en que la alcanzan.

C.8.- Un bloque de masa m se encuentra sobre un plano inclinado, sostenido por resorte y unido a otro bloque de masa M mediante una cuerda inextensible, en la forma como se indica en la figura. Inicialmente el sistema está en reposo con el resorte comprimido en d_o. El roce entre el bloque de masa m y la superficie inclinada es despreciable. Determine:

a) el máximo desplazamiento del bloque de masa m cuando se libera el sistema.
b) determine bajo que condiciones la cuerda se suelta, una vez que el sistema se libera.

(Prob. C.8)

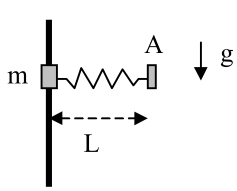


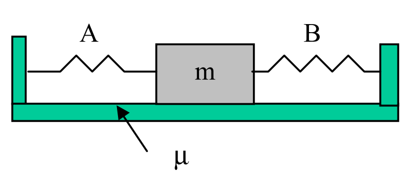
C.9.- Demuestre que el siguiente campo de fuerza es conservativo:

$$\vec{F} = x(y^2 + z^2)\hat{\imath} + y(x^2 + z^2)\hat{\jmath} + z(x^2 + y^2)\hat{k}$$

C.10.- Un anillo de masa m se desplaza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical, como se indica en la figura. El anillo está sujeto a un resorte de constante elástica k, cuyo otro extremo se encuentra fijo en el punto A localizado a una distancia L de la barra, que corresponde al largo natural del resorte. Determine la rapidez del anillo en función de la altura sobre su posición inicial, bajo las siguientes condiciones iniciales:

a) el anillo se suelta desde el reposo, en una posición donde el resorte se encuentra horizontal.
b) el anillo se lanza hacia arriba desde la misma posición, pero con una rapidez inicial v_o.



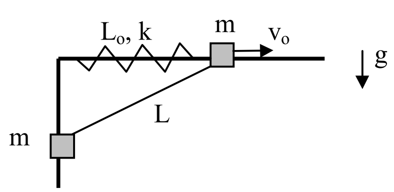


(Prob. C.10) (Prob. C.11)

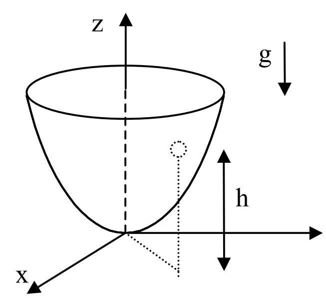
C.11.- El bloque de masa m indicado en la figura descansa sobre una superficie horizontal, con la cual tiene un coeficiente de roce cinético μ. En la posición indicada el resorte A está comprimido en d_a mientras que el resorte B tiene un largo que excede en d_b su largo natural. Las constantes elásticas de los resorte A y B son k_a y k_b, respectivamente. Si el sistema se libera desde el reposo en esa posición determine la velocidad máxima del bloque.

C.12.- Considere dos anillos de masa *m* cada uno, que deslizan con roce despreciable, uno por una barra horizontal *(A_h)* y el otro por una barra vertical *(A_v)* manteniéndose unidos por una cuerda de largo *L*. El anillo A_h está atado a un resorte de constante elástica *k* y largo natural L_o, como se indica en la figura. Estando el sistema en posición de equilibrio se impulsa el anillo A_h hacia la derecha con una velocidad inicial v_o.

a) pruebe que la suma de los trabajos que realizan las fuerzas de tensión de la cuerda sobre los dos anillos es nula.
b) utilizando conceptos de energía, determine la magnitud mínima de v_o para que el anillo A_v, suba hasta tocar la barra horizontal.
c) determine una ecuación diferencial para el ángulo que forma la cuerda con la vertical.
d) determine el periodo de pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio.



(Prob. C.12)

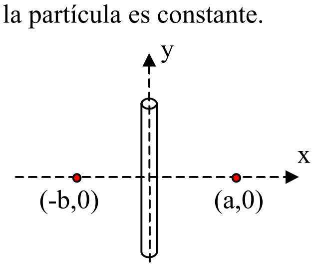


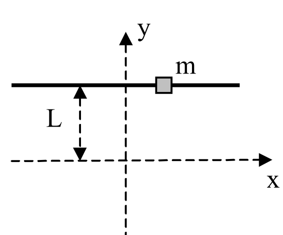
(Prob. C.13)

C.13.- Una partícula de masa *m* se mueve por el interior de un paraboloide de revolución descrito por la ecuación $z=a\,(x^2+y^2)$, bajo la acción del campo gravitatorio terrestre. Suponga que la partícula se encuentra inicialmente a una altura *h* sobre el punto más bajo del paraboloide y que se le da una velocidad inicial v_o en dirección horizontal, sobre la superficie de revolución. Determine las alturas máximas y mínimas que alcanza la partícula en su movimiento sobre el paraboloide.

C.14.- Considere que en el espacio bidimensional (x-y) definido en la figura existen dos puntos que generan fuerzas de atracción sobre una partícula de masa *m* que se mueve en dicho campo sólo bajo la atracción de dichas fuerzas (no hay gravedad). Los puntos de atracción están localizados en las posiciones (a,0) y (-b,0) y la fuerza de atracción que ejerce cada uno de ellos es proporcional a la distancia de la partícula al respectivo punto de atracción (la constante de proporcionalidad es *k*). (nota: a y b son valores positivos)

a) determine una expresión vectorial para la fuerza total que se ejerce sobre la partícula cuando ésta se encuentra en una posición cualquiera (x,y).
b) demuestre que la fuerza definida en a) es conservativa y encuentre una expresión para el campo de potencial V(x,y). Describa la forma de las superficies equipotenciales si a = b.
c) si a = 2b y la partícula es obligada a moverse por el interior de un tubo colocado en el eje y, determine la ecuación de movimiento y el periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor del punto de equilibrio
d) demuestre que para cualquier moviento en las condiciones especificadas en c) la fuerza que el tubo ejerce sobre la partícula es constante.





(Prob. C.14) (Prob. C.15)

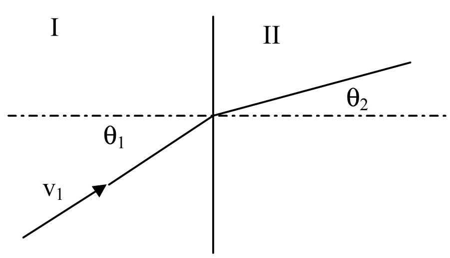
C.15.- Un anillo de masa *m* se mueve a lo largo de una barra lisa (roce despreciable) que pasa por los puntos (L,L) y (-L,L) en un sistema de coordenadas (x,y), bajo la acción de un campo de fuerzas definido del modo siguiente: $\mathbf{F} = -ax\,\mathbf{i} - ay\,\mathbf{j}$
donde (**i, j**) son los vectores unitarios en la direcciones x e y, respectivamente. La partícula se libera desde el reposo en la posición (L,L). Determine:

a) el trabajo realizado por la fuerza neta que actúa sobre el anillo, hasta que alcanza la posición (0,L).
b) la rapidez máxima que alcanza el anillo.
c) determine si existe un punto de equilibrio estable, y si lo hay, calcule el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a el.

C.16.- Considere un vehículo de masa m que se mueve a lo largo de un camino recto. Partiendo del reposo, el vehículo acelera impulsado por el motor que le imprime una fuerza constante F_o hacia adelante. Sobre el vehículo actua una fuerza de roce viscoso con el aire, que es proporcional a la velocidad ($\mathbf{F} = -k\,\mathbf{v}$). Determine:

a) el tiempo que demora el vehículo en alcanzar una velocidad v_o.
b) el trabajo realizado por la fuerza F_o hasta alcanzar esa velocidad.
c) la velocidad máxima que puede alcanzar el vehículo y el tiempo que tarda en alcanzarla.

C.17.- Considere el espacio dividido en dos zonas, I y II, en las cuales actuan fuerzas conservativas sobre una partícula de masa m. Estas fuerzas tienen asociados potenciales constantes V_1 y V_2 en las dos zonas. La partícula, que se mueve con una velocidad v_1 en la zona I, cambia de dirección al pasar a la zona II. Si trayectoria en la zona I forma un ángulo q_1 con la normal al plano de separación entre ambas zonas, determine el ángulo q_2 que la trayectoria forma con este plano, cuando pasa a la zona II.



(Prob. C.17)