

FI1A2 - SISTEMAS NEWTONIANOS

Semestre 2008-1

Profesores: Hugo Arellano, Diego Mardones y Nicolás Mujica

Departamento de Física

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Universidad de Chile

Unidad 7B: Hidroestática y Principio de Arquímedes

Índice

1. Introducción	1
2. Presión	2
3. Dependencia de P con la profundidad de un fluido	3
4. Ley de Pascal	4
5. Principio de Arquímedes	5
6. Lecturas recomendadas	6

1. Introducción

Comenzaremos por reconocer que existen distintos estados de la materia. Todos sabemos que el agua puede encontrarse en forma de hielo. Es también usual encontrarse que un charco o pozo de agua líquida puede evaporarse, aunque sea en forma parcial. Estas observaciones denotan que el agua puede estar en forma líquida, gaseosa o sólida. Estos tres estados de la materia son muy generales, cualquier material conocido puede bajo condiciones apropiadas ser transformado de uno de estos estados a otro.

De manera bastante simple podemos decir que un sólido tiene un volumen y una forma bien definidos. Un líquido en cambio tiene un volumen definido, pero su forma no lo es. Finalmente, un gas puede ser considerado como un estado que no tiene ni forma ni volumen bien definidos, pues ambas características dependerán del recipiente que lo contenga.

Tanto los líquidos como gases corresponden a lo que se conoce como un fluido: se trata de una colección de átomos o moléculas dispuestas aleatoriamente y unidas por fuerzas cohesivas débiles y por fuerzas ejercidas por la pared del contenedor. Estos fluidos pueden ser descritos desde el punto de vista de la Mecánica de Newton. Como hemos visto, esta Mecánica Newtoniana puede ser extendida a un medio compuesto por un gran número de constituyentes elementales. En el caso de los fluidos, su descripción mecánica se divide en la *Hidroestática* y la *Dinámica de fluidos*. La primera descripción corresponde, como su nombre lo dice, a la estática de fluidos, y es el tema central de esta unidad. La segunda descripción corresponde al estudio de cómo las fuerzas que actúan sobre un fluido afectan su movimiento. También se puede incluir el cómo el movimiento de un fluido afecta el movimiento de un objeto, como el caso de un avión. Algo de esto ya ha sido abordado al estudiar la fuerza de arrastre de Rayleigh en la unidad 5B.

En la unidad anterior se estudió el concepto de *presión colisional*. Se determinó cómo un chorro de partículas, sean átomos o granos macroscópicos, ejercen una fuerza sobre una pared que depende, entre otras cosas, de la velocidad del chorro. Este ejemplo es bastante ilustrativo, y el cálculo es relativamente simple. En particular se supone que todos los átomos o granos llegan con la misma velocidad a la pared y por lo tanto transfieren la misma cantidad de momentum a ella.

Consideremos ahora que pasa con un fluido en reposo, es decir un fluido en una situación estática. ¿Qué significa exactamente que el fluido esté en reposo? ¿Que cada átomo o molécula que lo constituye está en reposo, es decir con velocidad nula? Esto no es así. Un fluido está en reposo cuando al considerar cualquier pequeño volumen, pequeño comparado con el volumen del contenedor pero grande para aún así contener un gran número de átomos o moléculas, el promedio de las velocidades de todos los constituyentes elementales es cero. Por lo tanto, es este pequeño volumen el que está en reposo, pero no necesariamente los constituyentes elementales. Si cada posible pequeño volumen del fluido cumple esta condición, entonces el fluido completo está en una condición estática.

2. Presión

Es bien conocido que un fluido en reposo ejerce una fuerza sobre las paredes de su contenedor. Basta pensar en un globo. Al inflarlo, éste se llena de gas. Después de cerrar el globo, el gas rápidamente llega a un estado en reposo. Podemos deducir esto simplemente por que no vemos el globo moverse sólo en una dirección. Ahora, recordemos que el globo se mantiene inflado estando el gas a su interior en reposo. El material que conforma el globo es muy elástico, y por lo tanto éste trata de volver a su forma inicial (globo desinflado). Pero no puede, simplemente porque el gas que está a su interior ejerce una fuerza sobre sus paredes internas. El globo debe finalmente llegar a un compromiso, entre la fuerza que ejerce el gas y la fuerza elástica del material que lo compone. La fuerza que ejerce el fluido sobre una pared, dividido por el área de ésta, es una cantidad física que se llama presión, y que denotaremos P . Es una cantidad escalar y, para un fluido homogéneo, es una cantidad

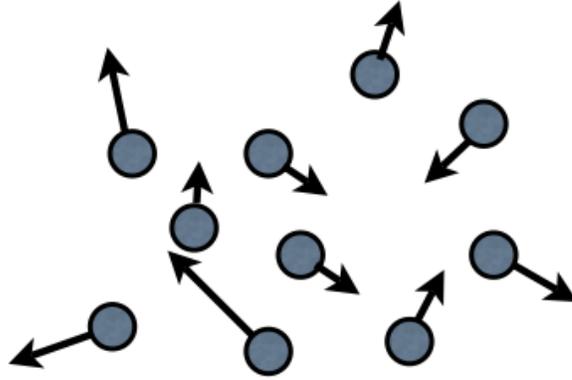


Figura 1: Representación esquemática de un volumen del fluido. El promedio de las velocidades puede ser cero, el fluido está en una situación estática. Pero el promedio de la rapidez, no es cero. Esto define la temperatura de un fluido, $T \sim \langle v^2 \rangle$.

constante independiente del espacio.

El hecho que un fluido en reposo ejerce una fuerza sobre las paredes de su contenedor implica que efectivamente los constituyentes elementales del gas no están en reposo individualmente, pues debe existir una transferencia de momentum entre el fluido y las paredes. Como esta fuerza es para todos efectos prácticos constante, podemos concluir que los átomos o moléculas que componen el fluido tienen una rapidez característica. Notemos que es esta rapidez característica de los átomos o moléculas de un fluido lo que fija su temperatura, $T \sim \langle v^2 \rangle$. Un fluido más frío tiene átomos o moléculas que se mueven con una rapidez típica menor, y viceversa. Además, experimentos muestran que en la mayoría de las situaciones, la presión es proporcional a la temperatura, $P \sim T$. Esto es consistente con la presión colisional estudiada en la unidad 7A. La diferencia es que la cantidad v (en la dependencia en v^2) ahora no es la velocidad de un chorro o de un flujo, sino que una rapidez promedio.

En resumen, la presión es una cantidad escalar, definida como

$$P = \frac{|\vec{F}|}{A},$$

donde \vec{F} es la fuerza que se ejerce sobre una pared de área A . En el sistema internacional de unidades, la presión tiene como unidad el Pascal, definido como

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

3. Dependencia de P con la profundidad de un fluido

Es una experiencia común el sentir un aumento de presión en la parte más profunda de una piscina, que puede incluso llegar a ser molesto para los oídos. A continuación demostraremos

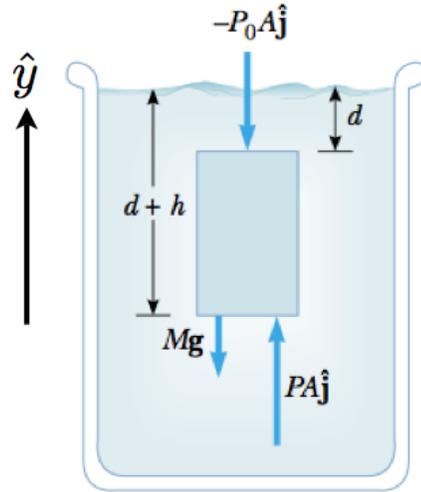


Figura 2: Representación de un volumen de fluido, de altura h , área A , ubicado a una profundidad d .

que este aumento de presión es proporcional a la profundidad de un fluido para el caso en que su densidad ρ_f es constante, es decir el fluido es incompresible. Consideremos un volumen de fluido, un elemento pequeño comparado con un recipiente pero grande de modo que contiene muchos átomos o moléculas, como el que se muestra en la figura 2. Este elemento de fluido se encuentra en equilibrio mecánico, por lo que la segunda ley de Newton nos dice

$$\sum \vec{F} = 0.$$

En particular consideremos la suma de fuerzas en la dirección vertical:

$$\sum F_y = P \cdot A - P_o \cdot A - Mg = 0,$$

donde P_o es la presión a una profundidad d y P es la presión a una profundidad $d + h$. La masa del elemento de fluido es $M = \rho_f Ah$. Simplificando se obtiene

$$P = P_o + \rho_f gh.$$

Esta ecuación nos dice que la diferencia de presión entre dos profundidades es proporcional a la diferencia de profundidades.

4. Ley de Pascal

Incluso en estado estático, o cuasi-estático, los fluidos pueden ser usados de manera bastante provechosa. Un ejemplo es el uso de una *gata hidráulica*, como la que se muestra en la figura 3. Para explicar su funcionamiento enunciemos la Ley de Pascal:

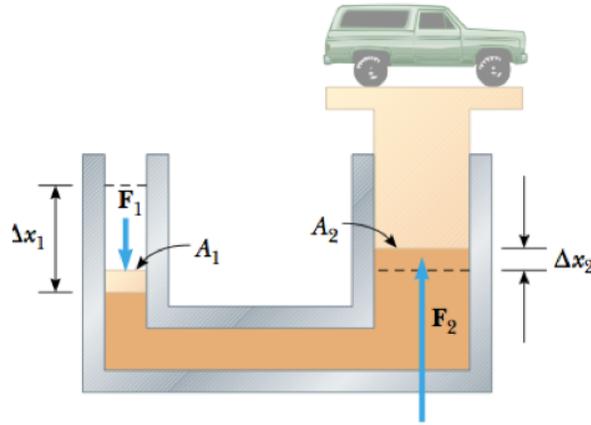


Figura 3: Esquema del funcionamiento de una gata hidráulica. Un pistón de área pequeña se mueve una distancia Δx_1 gracias a una fuerza F_1 . Gracias a este movimiento, un pistón de área más grande A_2 se desplaza una distancia x_2 ejerciendo el fluido una fuerza F_2 sobre el pistón.

Un cambio de presión aplicado a un fluido es transmitido a cada punto del fluido y a las paredes del contenedor.

Consideremos la gata hidráulica de la figura. Inicialmente el sistema está en equilibrio. Al aplicar lentamente una fuerza F_1 sobre un pistón de área A_1 se genera un aumento de presión $\Delta P = F_1/A_1$ en el fluido. Por la Ley de Pascal, este cambio de presión ocurre en cada punto del fluido y sobre las paredes del contenedor también. Por lo tanto, sobre la superficie A_2 del pistón más grande hay un aumento de presión ΔP , lo que se traduce en una nueva fuerza F_2 , la cual cumple $\Delta P = F_2/A_2$. Finalmente obtenemos

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}.$$

Luego, como $A_1 < A_2$, entonces $F_2 > F_1$. Si la diferencia de áreas es muy grande, entonces la diferencia de fuerzas también lo es. Esto podría parecer violar alguna ley básica de la Física, pero no es así. Hay que tener en cuenta que el volumen de fluido desplazado es el mismo, $A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2$. Usando esto en la ecuación anterior, obtenemos $F_1 \Delta x_1 = F_2 \Delta x_2$, lo cual no es nada más que la conservación de Energía, pues establece que el trabajo realizado por ambos pistones es igual.

5. Principio de Arquímedes

Un objeto sumergido en un líquido siente una fuerza de empuje, la cual tiende a reducir su peso aparente. Esta observación se estampa en el Principio de Arquímedes el cual se enuncia

de la siguiente manera:

La magnitud de la fuerza de empuje es igual al peso del fluido desplazado por el objeto.

Luego, si un objeto sumergido desplaza una masa M del líquido, el empuje que siente el objeto es $E = Mg$. Esta fuerza de empuje siempre es en sentido contrario al del peso del objeto, y por lo tanto reduce el peso aparente de éste. Atención que esta masa es la del líquido, no la del objeto. Escribiendo lo mismo de otra manera obtenemos

$$E = \rho_f V_o g,$$

donde ρ_f es la densidad de fluido, y V_o el volumen del objeto. Si no hay más fuerzas presentes, la ecuación de Newton resulta

$$M_o \vec{a} = E \hat{y} - M_o g \hat{y}$$

donde M_o es la masa del objeto. La aceleración es $\vec{a} = a_y \hat{y}$, y su signo depende de la diferencia de densidades del objeto con el fluido: $a_y = (\rho_f - \rho_o)g/\rho_o$. Así, un objeto más denso que el fluido tendrá una aceleración negativa, en el mismo sentido que la gravedad, y se hundirá. En cambio, un objeto de densidad menor al del fluido, tendrá una aceleración positiva y flotará.

En el caso que un objeto flote, determinemos el volumen del objeto que está sumergido con respecto al volumen total del objeto. La fuerza de empuje será en este caso $E = \rho_f g V_s$, donde V_s es el volumen del objeto que está sumergido. El peso del objeto es $M_o g = \rho_o V_o g$. En equilibrio estas fuerzas son iguales, por lo tanto

$$\frac{V_s}{V_o} = \frac{\rho_o}{\rho_f}.$$

Este resultado dice que si la densidad de objeto es similar a la del fluido, entonces, gran parte de su volumen se encontrará sumergido. Un caso a considerar es el de un cubo de hielo de agua sumergido en agua. Siendo las densidades $\rho_o = 917 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ¿cuál es el porcentaje del cubo que se encuentra sumergido?

6. Lecturas recomendadas

- Apunte de Massmann, capítulo de Fluidos (sólo lo referente a Hidroestática y Principio de Arquímedes, secciones 12.1, 12.2 y 12.3).
- Libro de Serway, capítulo de Mecánica de Fluidos (sólo lo referente a Hidroestática y Principio de Arquímedes, secciones 14.1, 14.2, 14.3 y 14.4).
- Página web *Física con el Ordenador* :
<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/arquimedes/arquimedes.htm>