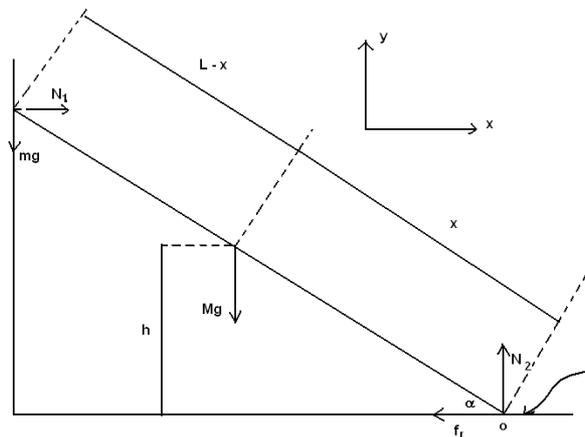


Pauta P1 control 1 primavera 2008

Sistemas newtonianos

DCL de la figura:



Para que la escalera se mantenga estática se requiere las condiciones de estática trasnacional y rotacional:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ y } \sum \vec{\tau} = 0$$

Haciendo sumatoria de fuerzas con el eje de coordenadas como la figura se tiene:

$$\sum \vec{F}_x = N_1 - f_r = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = N_2 - mg - Mg = 0 \quad (2)$$

De (1) se tiene que $N_1 = f_r$ (*)

De (2) se tiene que $N_2 = g(m + M)$ (**)

Luego haciendo sumatoria de torques con respecto al punto o, además suponiendo que la persona se ubica a una distancia x del punto o, se tiene:

$$\begin{aligned} \sum \vec{\tau}_o &= \vec{\tau}(Mg) + \vec{\tau}(mg) + \vec{\tau}(N_1) \\ &= \vec{x} \times M\vec{g} + \vec{L} \times m\vec{g} + \vec{L} \times \vec{N}_1 \end{aligned}$$

Descomponiendo las fuerzas se obtiene que:

$$\sum \vec{\tau}_o = mgL\cos(\alpha) + Mgxcos(\alpha) - N_1Lsen(\alpha) = 0$$

De (*) se tiene que:

$$mgL\cos(\alpha) + Mgxcos(\alpha) - f_rLsen(\alpha) = 0$$

Pero la condición de estática indica que $f_r \leq \mu N$ en este caso buscamos el caso critico y además de (2) conocemos la normal luego remplazamos la fuerza del roce por $f_r = \mu g(m + M)$

Así la ecuación de torque queda:

$$mgL\cos(\alpha) + Mgxcos(\alpha) - \mu g(m + M)sen(\alpha) = 0$$

Despejando x , que es la distancia máxima a la que se podrá ubicar la persona, queda:

$$x = \frac{L}{M\cos(\alpha)} ((M + m)\mu sen(\alpha) - m\cos(\alpha))$$

Ahora por trigonometría se obtiene la altura máxima a la que se ubica la persona:

$$sen(\alpha) = \frac{h}{x} \Rightarrow h = xsen(\alpha)$$

Luego la altura máxima a la que se puede ubicar la persona es:

$$h_{max} = \frac{L}{M} tg(\alpha) ((M + m)\mu sen(\alpha) - m\cos(\alpha))$$