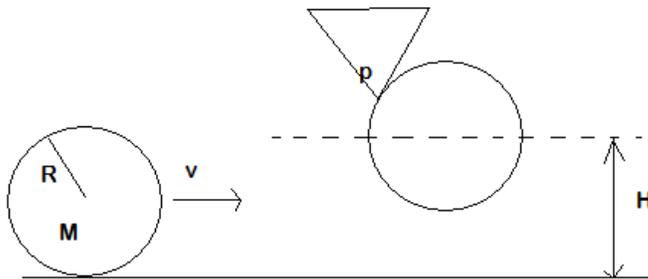


Un disco de masa  $M$  y radio  $R$  rueda sin resbalar sobre la superficie horizontal con su centro desplazándose a una velocidad  $v$ . De pronto su borde superior es firmemente enganchado a un eje, en torno al cual puede girar sin roce ¿a qué altura llega el centro del disco?



Como rueda sin resbalar  $\omega = v/R$

Momento angular c/r al punto P en el momento de engancharse:

Usando  $L_o = \vec{X}_{CM} \times M\vec{V}_{CM} + \vec{L}_{c/r,CM}$

Tenemos

$$\begin{aligned} L_i &= \underbrace{R M v}_{X_{CM} \times M V_{CM}} - \underbrace{I_{CM} \omega}_{L_{c/r,CM}} \\ &= R M v - \frac{1}{2} M R^2 \frac{v}{R} \\ &= \frac{1}{2} M R v \end{aligned}$$

Tienen signo contrario porque  $X_{CM} \times M V_{CM}$  apunta hacia afuera del papel mientras que  $L_{c/r,CM}$  apunta hacia dentro.

Después de engancharse el momento angular será:

$$L_f = I_p \omega' = \frac{3}{2} M R^2 \omega' \quad (\text{por Steiner})$$

Igualando momento inicial y final despejamos  $\omega'$

$$L_i = L_f \Rightarrow \omega' = \frac{v}{3R}$$

La energía al engancharse es  $E_i = \frac{1}{2} I_p \omega'^2 = \frac{M v^2}{12}$

La energía final es la potencial gravitatoria  $E_f = M g h$

Igualando  $h = \frac{v^2}{12g}$

La altura con respecto al suelo será  $H = h + r = R + \frac{v^2}{12g}$