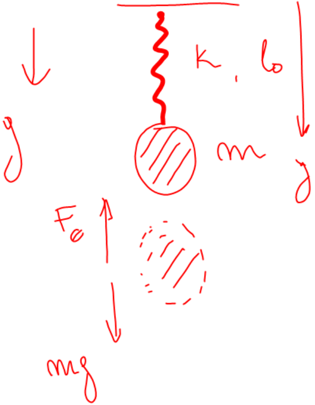


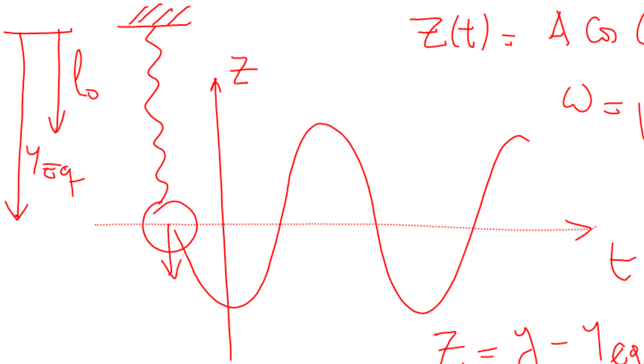
En este caso, posc. equil.

$$K \cdot \delta = mg$$

$$K \cdot (y_e - l_0) = mg$$

$$y_e = l_0 + \frac{mg}{K}$$

Si el sistema anterior se perturba de su condición de equilibrio → MAS

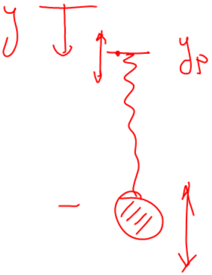


$$z(t) = A\cos(\omega t - \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\underline{z = y - y_{eq}}$$

Que pasa si ahora se introduce un forzante externo



$$m\ddot{y} = \sum F = mg - K\left[\overbrace{(y-y_p)-l_0}^{\delta}\right]$$

$$m\ddot{y} = \overline{mg} - \overline{Ky} + Ky_p + \overline{Kl_0}$$

C.V. $z = y - y_{eq} = y - \left(l_0 + \frac{mg}{K}\right)$

$$m\ddot{z} = -Kz + K\cdot y_p$$

$$m\ddot{z} = -Kz + Ky_p$$

Consideremos $y_p(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t)$

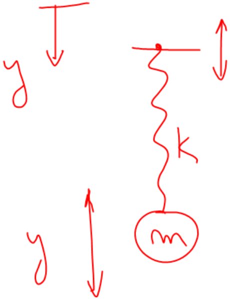
$$m\ddot{z} = -Kz + KA\,\text{sen}(\omega t)$$

Supongamos $z(t) = B\,\text{sen}(\omega t)$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$ $\quad \ddot{z} = -\omega_0^2 z + \omega_0^2 A\,\text{sen}(\omega t)$

$$-B\omega^2\,\text{sen}(\omega t) = -\omega_0^2 B\,\text{sen}(\omega t) + \omega_0 A\,\text{sen}(\omega t$$

$$\boxed{B = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} A}$$



$$y_p = A\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

$$y(t) = A\,\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cdot \mathrm{sen}(\omega t)$$

ω_0 = frecuencia natural $= \sqrt{\frac{K}{m}}$

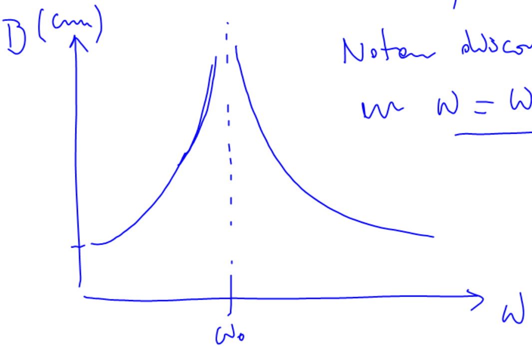
ω = frecuencia del forzamiento

A = Amplitud

La amplitud de la masa m

$$B = A \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Noten discontinuidad en $\omega = \omega_0$



Aplicaciones:

1. Diseño de edificios. Sismos $\longrightarrow \omega$

El desafío es construir un edificio con $\underline{\omega_0}$ lo mas distinto de ω posible.

2. "Dicen" que microondas tienen una frecuencia (Ondas EM) similar a la frecuencia intrinseca del H_2O

manera sinusoidal, es decir $y(t) = y_o \sin(\omega t)$. Debemos insistir que el movimiento del carro pequeño es relativo al carro grande. De este modo el origen $0'$ de la coordenada $y(t)$ se encuentra fijo al carro grande.

El punto de partida entonces es escribir la ecuación de Newton para el centro de masa del sistema:

$$(M+m)\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{M\cdot x + m\cdot(x+y)}{M+m}\right) = -kx - b\dot{x}. \qquad (13)$$

Es importante notar que en este modelo el roce viscoso solo actúa sobre la masa M, y no sobre la masa pequeña m. Con un poco de álgebra se obtiene

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_o^2 x = -\frac{m}{M+m}\ddot{y}, \qquad (14)$$

donde ahora $\tau = (M+m)/b$ y $\omega_o^2 = k/(M+m)$. Suponemos ahora que el carro pequeño tiene algún tipo de motor que permite asegurar que $y(t) = y_o \sin(\omega t)$ para todo t, entonces $\ddot{y} = -y_o\omega^2 \sin(\omega t)$. Con esto, la ecuación de Newton resulta

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_o^2 x = \frac{m y_o \omega^2}{M+m}\sin(\omega t),} \qquad (15)$$

que básicamente igual a la ecuación (6) salvo que la constante que va delante de $\sin(\omega t)$, llamada F_o, ya no es independiente de ω. La solución analítica (7) no cambia, sólo debe cambiarse F_o/M por $m y_o\omega^2/(M+m)$. De igual manera, la amplitud de la solución estacionaria $B(\omega)$ cambia sólo en el reemplazo $F_o/M \to m y_o \omega^2/(M+m)$, es decir si cambia como función de ω. Explícitimante tenemos

$$B = \frac{m y_o\omega^2/(M+m)}{\sqrt{\quad}}. \qquad (16)$$

8.50 x 11.00 in

tiene algún tipo de motor que permite asegurar que $y(t) = y_o \sin(\omega t)$ para todo t, entonces $\ddot{y} = -y_o\omega^2 \sin(\omega t)$. Con esto, la ecuación de Newton resulta

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_o^2 x = \frac{m y_o \omega^2}{M+m}\sin(\omega t), \tag{15}$$

que básicamente igual a la ecuación (6) salvo que la constante que va delante de $\sin(\omega t)$, llamada F_o, ya no es independiente de ω. La solución analítica (7) no cambia, sólo debe cambiarse F_o/M por $m y_o\omega^2/(M+m)$. De igual manera, la amplitud de la solución estacionaria $B(\omega)$ cambia sólo en el reemplazo $F_o/M \to m y_o \omega^2/(M+m)$, es decir si cambia como función de ω. Explícitimante tenemos

$$\boxed{B = \frac{m y_o \omega^2/(M+m)}{\sqrt{(\omega_o^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}}.} \tag{16}$$

ω: frec. "externa"

ω_o: frec. natural

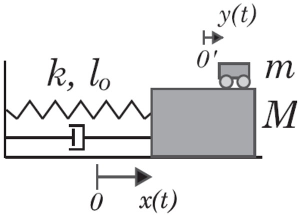


Figura 5: Esquema de un oscilador amortiguado compuesto por un resorte, una masa y algún tipo de roce. El forzaje externo sobre la masa M se obtiene por un movimiento oscilatorio impuesto a la masa m, es decir con $y(t) = y_o \sin(\omega t)$.